

## I Giochi di Archimede - Gara Biennio

17 novembre 2004

1) La prova consiste di 20 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere A, B, C, D, E.

2) Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti e ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.

3) Per ciascuno dei problemi devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia.

NON È CONSENTITO L'USO DI ALCUN TIPO DI CALCOLATRICE.

4) Il tempo totale che hai a disposizione per svolgere la prova è 1 ora e mezza. Buon lavoro e buon divertimento.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Nome \_\_\_\_\_  
Cognome \_\_\_\_\_  
Classe \_\_\_\_\_

1) Secondo una recente statistica, ogni italiano mangia in media 30 kg di pasta all'anno. Sapendo che la popolazione italiana è di 57 milioni di abitanti, quante tonnellate di pasta si consumano in Italia ogni anno?

(A) meno di 1000, (B) più di 1000, ma meno di 10 mila, (C) più di 10 mila, ma meno di 100 mila, (D) più di 100 mila, ma meno di 1 milione, (E) più di 1 milione.

2) Luigi ha 4 anni più di Silvio che, a sua volta, ha 3 anni più di Carlo. Se complessivamente hanno 34 anni, quanti anni ha il più grande?

(A) 12, (B) 15, (C) 17, (D) 18, (E) 20.

3) Tarzan vuole tenere il suo leone in una radura di forma circolare avente raggio 12 metri e con un alto albero nel centro. Per fare in modo che il leone non scappi, lo lega con una catena all'albero centrale, ma al momento di fissarla si accorge che la catena è lunga 13 metri anziché 12. Non potendo in alcuna maniera accorcicare la catena, decide di legarla più in alto, in modo che il leone possa raggiungere il limite della radura, senza uscire. A quanti metri di altezza dal suolo Tarzan lega la catena? (Si trascurino il diametro dell'albero e, solo per questo esercizio, le dimensioni del leone).

(A) 1, (B) 2, (C) 3, (D) 4, (E) 5.

4) Se  $a + 1 = b - 2 = c + 3 = d - 4$ , qual è il più piccolo dei numeri  $a, b, c, d$ ?  
(A)  $a$ , (B)  $b$ , (C)  $c$ , (D)  $d$ , (E) non si può stabilire in base ai dati del problema.

5) Ad una gara matematica partecipano 1200 candidati. Il 40% di essi riceve una medaglia (d'oro, d'argento o di bronzo). Il numero di medaglie di bronzo è triplo di quello di medaglie d'oro; il numero di medaglie d'argento è doppio di quello di medaglie d'oro. Quante sono le medaglie d'argento?

(A) 120, (B) 144, (C) 160, (D) 180, (E) nessuna delle precedenti.

6) Tre amici stanno conversando. Uno di loro dice: "Almeno due di noi sono bugiardi." Un altro ribatte: "Non è vero". Quanti sono i bugiardi?  
(A) 1, (B) 2, (C) 3, (D) i dati sono incongruenti, (E) non si può determinare in modo univoco.

7)  $a, b$  e  $c$  sono tre numeri naturali. Sappiamo che  $a$  è divisibile per 15,  $b$  è divisibile per 12 e  $c$  è divisibile per 21. Quale delle seguenti affermazioni è certamente vera?  
(A)  $a^2 + b^2 + c^2$  è divisibile per 18, (B)  $a + b + c$  è divisibile per 9, (C)  $a + b + c$  è divisibile per 2, (D)  $(a + b + c)^2$  è divisibile per 9, (E)  $a^2 + b^2 + c^2$  è divisibile per 15.

8) Sulla lavagna è scritto inizialmente il numero 1. Successivamente, dieci studenti a turno cancellano il numero che trovano sulla lavagna e lo sostituiscono con il suo doppio aumentato di 1. Qual è il numero che resta sulla lavagna alla fine?

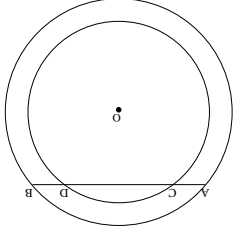
(A) 31, (B)  $2^{11} + 1$ , (C)  $2^{11} - 1$ , (D)  $3^{10}$ , (E) 2005.

9) Marco deve recarsi una volta all'anno, per lavoro, in un lontano Paese dalla disestata economia, nel quale da un anno all'altro i prezzi raddoppiano. Tuttavia la moneta di quel Paese perde ogni anno il 30 per cento del suo valore rispetto all'Euro. La spesa (in Euro) sostenuta da Marco per il suo soggiorno nel 2004 risulta pertanto

(A) minore di quella del 2002, (B) uguale a quella del 2002, (C) superiore a quella del 2002, ma minore del doppio di essa, (D) uguale al doppio della spesa del 2002, (E) uguale al quadruplo della spesa del 2002.

10) Quanto è lunga la corda  $AB$  sapendo che  $AB = 2CD$  e che i raggi dei due cerchi concentrici sono 5 metri e 4 metri?

(A)  $2\sqrt{2}$  m, (B)  $2\sqrt{3}$  m, (C)  $3\sqrt{3}$  m, (D)  $4\sqrt{3}$  m, (E) dipende dall'inclinazione della corda.

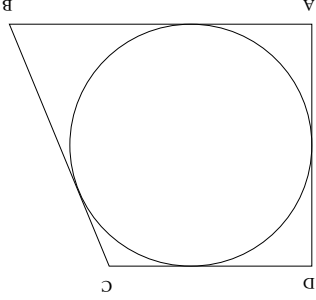


11) Quante sono le coppie ordinate di numeri naturali  $(x, y)$ ,  $x > 0$  e  $y < 0$ , tali che  $5 > x + y \leq 10$ ? (Attenzione: si considerano coppie ordinate, quindi, ad esempio,

le copie (3,4) e (4,3) sono distinte tra loro).  
 (A) 20, (B) 25, (C) 30, (D) 35, (E) nessuna delle precedenti.

12) Michele si prepara all'ultimo compito in classe di matematica dell'anno; lo affronta con tranquillità, sapendo che se prenderà 10 avrà la media del 9, mentre prendendo 5 la media diverrà 8. Quanti compiti ha già fatto quest'anno Michele?  
 (A) 2, (B) 3, (C) 4, (D) 5, (E) i dati non sono sufficienti per dare la risposta.

13) Il trapezio rettangolo  $ABCD$  contiene una circonferenza di raggio 1 metro, tangente a tutti i suoi lati. Sapendo che il lato obliquo  $BC$  è lungo 7 metri, trovare l'area del trapezio.  
 (A) 8 metri quadrati, (B) 9 metri quadrati, (C) 10 metri quadrati, (D) 11 metri quadrati, (E) non si può ricavare dai dati del problema.

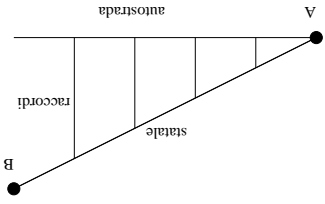


14) Venti soffici cuscini quadrati sono impiati uno sopra l'altro. Ogni cuscino pesa 500g ed ha inizialmente uno spessore di 30cm. Nella pila, però, lo spessore di ogni cuscino si riduce in ragione di 2cm per ogni chilo di peso sopra di esso (1cm per ogni mezzo chilo). Quanto è alta la pila di cuscini?  
 (A) 220cm, (B) 410cm, (C) 490cm, (D) 581cm, (E) mancano dati per poter rispondere.

15) Una cassetta di legno, senza coperchio, è fabbricata con tavole spesse 2 cm. Se le dimensioni esterne della base (rettangolo) sono 38 cm e 44 cm e l'altezza esterna è 47 cm, di quanti centimetri cubi è il volume interno della cassetta?  
 (A) 61200 cm<sup>3</sup>, (B) 63920 cm<sup>3</sup>, (C) 68040 cm<sup>3</sup>, (D) 75240 cm<sup>3</sup>, (E) 78584 cm<sup>3</sup>.

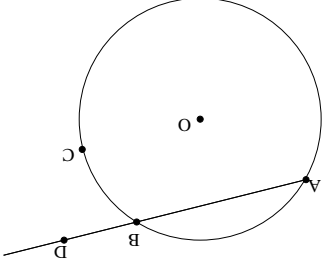
16) Dieci amici decidono di giocare una partita di calcio, cinque contro cinque. Sapendo che vi sono due terne di fratelli, e che i tre fratelli Ambrosio desiderano giocare tutti nella squadra A mentre i tre fratelli Bianchi desiderano giocare tutti nella squadra B, in quanti differenti modi si possono formare le due squadre?  
 (A) 3, (B) 6, (C) 15, (D) 24, (E) 30.

17) Un automobilista deve andare dalla città A alla città B, distanti tra loro 50 km in linea d'aria, e vuole impiegare il minor tempo possibile. Può percorrere la strada statale che collega direttamente A a B, oppure può percorrere un tratto di autostrada, che passa da A e forma con la statale un angolo di 30 gradi, e prendere uno dei raccordi di che partono ortogonalmente dall'autostrada e arrivano sulla statale (vedi figura).



In tutto ci sono 4 raccordi, rispettivamente dopo 10, 20, 30 e 40 km da A. Sull'autostrada la velocità massima consentita è 130 chilometri all'ora, sulla statale e sui raccordi è 90 chilometri all'ora. Quale scelta è più conveniente?  
 (A) percorrere solo la statale, (B) percorrere l'autostrada fino al primo raccordo, quest'ultimo e poi la statale, (C) percorrere l'autostrada fino al secondo raccordo, quest'ultimo e poi la statale, (D) percorrere l'autostrada fino al terzo raccordo, quest'ultimo e poi la statale, (E) percorrere l'autostrada fino al quarto raccordo, quest'ultimo e poi la statale.

18) Siano A, B, C tre punti su una circonferenza di centro O. Sia D un punto esterno alla circonferenza, situato sulla retta AB dalla parte di B. Sapendo che  $\widehat{CBD} = 72^\circ$ , quanto misura l'angolo  $\widehat{AOC}$ ?  
 (A) 135°, (B) 144°, (C) 153°, (D) 162°, (E) 171°.



19) Quanti sono i multipli di 5 fra i numeri interi di 4 cifre che si scrivono senza usare altre cifre all'interno di 0, 1, 2, 3, 4, 5? (E consentito impiegare più volte la stessa cifra; 0 non può essere la cifra iniziale).

(A) 180, (B) 216, (C) 360, (D) 396, (E) 1080.

20) Sia data nel piano una circonferenza di raggio 3. Consideriamo tutti i punti P del piano tali che la circonferenza di centro P e raggio 2 interseca in almeno un punto la circonferenza data. Questi punti formano la circonferenza data. (A) la circonferenza data, (B) una circonferenza più grande di quella data, (C) un cerchio, (D) una corona circolare, (E) l'unione di due circonferenze concentriche.