I Giochi di Archimede - Soluzioni Biennio

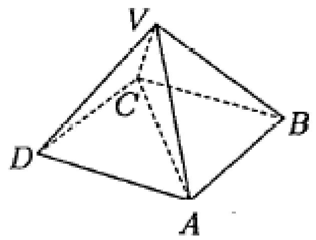
3 dicembre 1997

D	A	A	C	D	C	D	B	D	B	B	E	D	A	D	E	D	B	E	E
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

1) La risposta è (D)
Su ogni lato infatti ci stanno al massimo 13 alberi: uno all'inizio e altri 12 a distanza di 15 m l'uno dall'altro. L'ultimo si troverà così esattamente alla fine del viale.

2) La risposta è (A)
La prima eventualità avverrà al km 3777. Non ci sono eventualità intermedie, perché fintanto che le prime due cifre del contachilometri sono 3 e 7, l'unica possibilità è che le altre due siano entrambe uguali a 3 o entrambe uguali a 7.

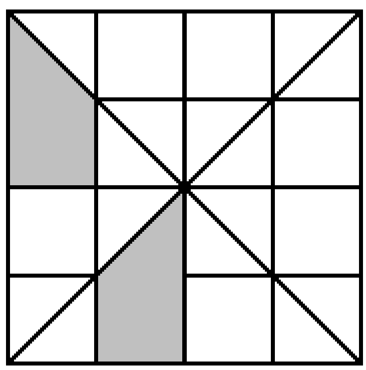
3) La risposta è **(A)**
I lati *AV* e *CV*, facendo parte delle facce laterali, sono uguali ai lati del quadrato, mentre *AC* è la diagonale del quadrato. Si noti anche che l'area di *ACV* è uguale a $\frac{1}{2}AB^2$ non è uguale né a quella del quadrato di base né a quella di una faccia laterale (triangolo equilatero di lato *AB)*.



4) La risposta è (C)
Nei primi quattro compiti lo studente ha ottenuto 4 · (6 + 1/2) = 26 punti complessivi. Per avere la media del 7 deve totalizzare 35 punti. Nel quinto compito deve perciò ottenere 9.

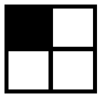
5) La risposta è (D)
Infatti $\left(0{,}1+\frac{1}{0{,}1}\right)^2 = (0{,}1+10)^2 = 10^2+2\cdot 0{,}1\cdot 10+0{,}1^2 = 100+2+0{,}01 = 102{,}01$.

6) La risposta è (C)
Suddividendo la figura come illustrato, si vede che la superficie ombreggiata è $\frac{3}{16}$ del totale.
$\frac{3}{16}$ = 0,1875 = 18,75%.



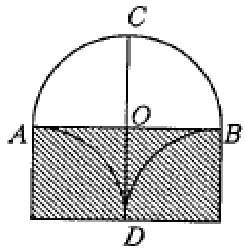
7) La risposta è (D)
Se consideriamo l'espressione $n^2 - n - 30$ possiamo vedere facilmente che è crescente al crescere di n se n è positivo (infatti $[(n + 1)^2 - (n + 1) - 30] - [n^2 - n - 30] = 2n$). Poiché per $n = 6$ si ha $n + 30 = 36 = n^2$, i numeri che verificano la condizione richiesta sono quelli minori (strettamente) di 6.

8) La risposta è (B)

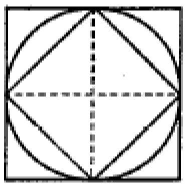
Infatti così facendo, Roberto viene a trovarsi in questa situazione: 
A questo punto, si vede che, qualunque mossa faccia Marco, Roberto vince alla mossa successiva. Inoltre, con ragionamenti simili, si verifica che invece le mosse (A), (C) e (D) sono perdenti per Roberto.

9) La risposta è (D)
Le facce sono in totale 900, quelle non incollate sono soltanto quelle esterne, il cui numero è pari alla superficie totale del cubo cioè 150. Pertanto ci sono 375 coppie di facce da incollare, e quindi occorrono 75 grammi di colla.

10) La risposta è (B)
E' possibile tracciare due segmenti *AB* e *CD* fra loro perpendicolari (vedi figura) e traslare i due quarti di cerchio *AOC* e *COB* in modo da ottenere un rettangolo avente base 2 cm e altezza 1 cm.

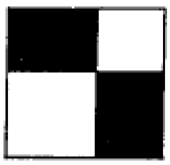


11) La risposta è (B)
La soluzione risulta immediatamente dalla figura a fianco.



12) La risposta è (E)
Elevando ripetutamente al quadrato si ottiene:
$$16 = 7 + \sqrt{9 + \sqrt{4 + x}}$$
$$81 = 9 + \sqrt{4 + x}$$
$$5184 = 4 + x$$
da cui x = 5180. La soluzione è certamente accettabile perché si sono sempre elevate al quadrato quantità positive.

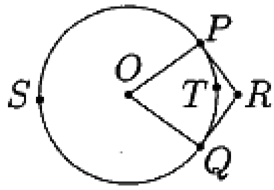
13) La risposta è (D)
Il modulo-base della pavimentazione è rappresentato nella figura a fianco. Il rapporto S_b / S_n può essere calcolato considerando solamente le aree del modulo base. Si ha



$$\frac{S_b}{S_n} = \frac{40^2 + 30^2}{2 \times 40 \times 30} = \frac{25}{24}\,.$$

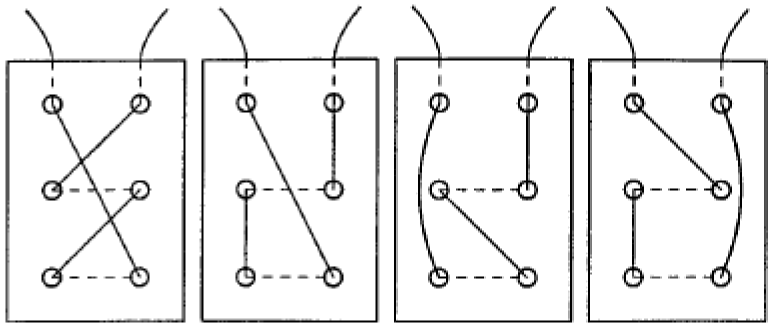
14) La risposta è (A)
Essendo 0 < y < 1, allora sarà anche 0 < $\sqrt{y}$ < 1. Moltiplicando per x si ha che 0 < $x\sqrt{y}$ < x.

15) La risposta è (D)
Infatti l'angolo giro è pari a 5 volte $P\hat{O}Q$ e quindi $P\hat{O}Q = \frac{1}{5}360° = 72°$. Siccome $O\hat{P}R$ e $O\hat{Q}R$ sono retti si dovrà avere $P\hat{O}Q + P\hat{R}Q = 180°$, da cui $P\hat{R}Q = 108°$.



16) La risposta è (E)

Infatti, secondo il disegno (E) la corda non congiungerebbe la parte superiore del cartone (comprendente i 4 fori superiori) con la parte inferiore (comprendente i 2 fori inferiori) né dalla parte anteriore né da quella posteriore. Gli altri disegni sono invece tutti possibili, come mostrano i seguenti disegni.



17) La risposta è (D)

Si ha infatti $f(2)-\frac{2f(1)+1}{2}$, cioè $2=\frac{2f(1)+1}{2}$, da cui 4 = 2f(1) + 1 ed infine $f(1)=\frac{3}{2}$.

18) La risposta è (B)

Ogni parlamentare può assicurare al massimo 2 presenze, mentre il numero di presenze richieste è $3 \times 10 = 30$. Ci vogliono dunque almeno 15 parlamentari; 15 è proprio il numero minimo, perché può essere raggiunto con la seguente combinazione: 5 parlamentari membri della prima e della seconda commissione, 5 membri della prima e della terza commissione e 5 membri della seconda e della terza commissione.

19) La risposta è (E)

La negazione della frase è "Almeno uno studente della IA ha al più un cugino". Osserviamo che tra una frase e la sua negazione una e soltanto una è vera. Le frasi (A), (B), (C), (D) non sono la negazione della frase del testo in quanto, per esempio, se nessuno studente della 1A ha cugini sono false sia la frase del testo che (B) e (C), mentre se tutti gli studenti della IA hanno esattamente un cugino sono false sia la frase del testo che (A) e (D).

20) La risposta è (E)

Un ragazzo resta privo di giocattoli se tutti e quattro i sorteggi lo escludono, e questo accade con probabilità $\left(\frac{2}{3}\right)^4$. Sommando le probabilità che ciascun ragazzo ha di restare privo di giocattoli si ottiene $3\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^4$, ma in questo modo si sono contati due volte i casi in cui due ragazzi sono restati entrambi privi di giocattoli (tutti i giocattoli sono andati al terzo). Questi casi hanno una probabilità uguale a $3\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^4$ 3. La probabilità cercata è dunque

$$3\cdot\left[\left(\frac{2}{3}\right)^4-\left(\frac{1}{3}\right)^4\right] = 3\cdot\frac{15}{81} = \frac{5}{9}.$$