*Alunno:* ________________________________________ *Classe:* **2 A** L. Scientifico *14 novembre 2023*

1. **Semplifica le seguenti espressioni:**

$$\frac{2}{\sqrt{2}} - 8\sqrt{8} + \sqrt{50} + 2\sqrt{72} - 2^{\frac{5}{2}}$$

$$\frac{\left(\sqrt[2]{\sqrt{5}}\right)^2 + \sqrt[2]{\left(\sqrt{5}-3\right)^2}}{\sqrt{3}}$$

2. **Dopo aver determinato le condizioni di esistenza, semplifica i seguenti radicali:**

$$\sqrt{x^2 + 12x + 36} \qquad \sqrt{x^{10}(2x-1)^8} \qquad \frac{x+3}{\sqrt{9x^2 + 18x + 9}}$$

3. **Dopo aver determinato le condizioni di esistenza, trasporta fuori dal segno di radice tutti i fattori possibili:**

$$\sqrt{9x^{11}} \qquad \sqrt{4a^3 + 12a^2 + 9a} \qquad \sqrt{8x^3 + 48x^2 + 96x + 64}$$

4. **Risolvi la seguente disequazione:** $\frac{x+2}{1-\sqrt{3}} - \frac{x}{1+\sqrt{3}} > 0$

5. **Determina le condizioni di esistenza della funzione:** $f(x) = \frac{x - 2 + \sqrt{x^2 - 4x + 4}}{x-2}$

   **Verifica inoltre che:** $f(x) = \begin{cases} 2 & se \quad x > 2 \\ 0 & se \quad x < 2 \end{cases}$

# Soluzione

**1. Semplifica le seguenti espressioni:**

$$\frac{\mathbf{2}}{\sqrt{\mathbf{2}}}-\mathbf{8}\sqrt{\mathbf{8}}+\sqrt{\mathbf{50}}+\mathbf{2}\sqrt{\mathbf{72}}-\mathbf{2}^{\frac{5}{2}} \quad =$$

$$= \quad \frac{2}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}-8\cdot 2\sqrt{2}+5\sqrt{2}+2\cdot 6\sqrt{2}-\sqrt{2^5} \quad =$$

$$= \quad \frac{2\sqrt{2}}{2}-16\sqrt{2}+5\sqrt{2}+12\sqrt{2}-4\sqrt{2} \quad = \quad -2\sqrt{2}\,.$$

$$\frac{\left(\sqrt[2]{\sqrt{\mathbf{5}}}\right)^2+\sqrt[2]{\left(\sqrt{\mathbf{5}}-\mathbf{3}\right)^2}}{\sqrt{\mathbf{3}}} = \frac{\sqrt{5}+\left|\sqrt{5}-3\right|}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}-\left(\sqrt{5}-3\right)}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{5}+3}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}\,.$$

**2. Dopo aver determinato le condizioni di esistenza, semplifica i seguenti radicali:**

$$\sqrt{\boldsymbol{x^2+12x+36}} \quad = \quad \sqrt{(x+6)^2} \quad = \quad |x+6| \qquad\qquad C.E.:\ \ \forall x\in R$$

$$\sqrt{\boldsymbol{x^{10}(2x-1)^8}} \quad = |x^5|\cdot(2x-1)^4 \qquad\qquad C.E.:\ \ \forall x\in R$$

$$\frac{\boldsymbol{x+3}}{\sqrt{\boldsymbol{9x^2+18x+9}}} \quad = \quad \frac{x+3}{\sqrt{9(x^2+2x+1)}} \quad = \quad \frac{x+3}{\sqrt{3^2(x+1)^2}} \quad = \quad \frac{x+3}{3|x+1|} \qquad\qquad C.E.:\ \ \forall x\neq -1$$

**3. Dopo aver determinato le condizioni di esistenza, trasporta fuori dal segno di radice tutti i fattori possibili:**

$$\sqrt{\boldsymbol{9x^{11}}} \quad = \quad \sqrt{9}\cdot\sqrt{x^{10}}\cdot\sqrt{x} \quad = \quad 3x^5\sqrt{x} \qquad\qquad C.E.:\ \ x\geq 0$$

$$\sqrt{\boldsymbol{4a^3+12a^2+9a}} \quad = \quad \sqrt{a\cdot(4a^2+12a+9)} \quad = \qquad\qquad C.E.: a\geq 0 \quad \vee \quad a=-\frac{3}{2}.$$

$$= \quad \sqrt{a\cdot(2a+3)^2} \quad = \quad \begin{cases}(2a+3)\sqrt{a} & se\ \ a\geq 0\\ 0 & se\ \ a=-\dfrac{3}{2}\end{cases}$$

$$\sqrt{\boldsymbol{8x^3+48x^2+96x+64}} \quad =$$

$$= \quad \sqrt{8(x^3+6x^2+12x+8)} \quad = \quad \sqrt{8\cdot(x+2)^3} \quad = \qquad\qquad C.E.: x\geq -2\,.$$

$$= \quad \sqrt{2^2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{(x+2)^2}\cdot\sqrt{x+2} \quad = \quad 2(x+2)\sqrt{2(x+2)}\ .$$

**4. Risolvi la seguente disequazione:** $\dfrac{\boldsymbol{x+2}}{\boldsymbol{1-\sqrt{3}}}-\dfrac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{1+\sqrt{3}}}>0$

$$\frac{x+2}{1-\sqrt{3}}-\frac{x}{1+\sqrt{3}}>0\,;$$

$$\frac{(1+\sqrt{3})(x+2)-x(1-\sqrt{3})}{(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})}>0\,;\qquad \frac{x+2+\sqrt{3}x+2\sqrt{3}-x+\sqrt{3}x}{1-3}>0\,;$$

$$\frac{2\sqrt{3}x+2+2\sqrt{3}}{-2}>0\,;\qquad \frac{2\sqrt{3}x+2+2\sqrt{3}}{2}<0\,;$$

$$2\sqrt{3}x+2+2\sqrt{3}<0\,;\qquad \sqrt{3}x+1+\sqrt{3}<0\,;$$

$$\sqrt{3}x<-1-\sqrt{3}\,;\qquad x<\frac{-1-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\,;$$

$$x<-\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\,;\qquad x<-\frac{\sqrt{3}+3}{3}\,.$$

**5. Determina le condizioni di esistenza della funzione:** $\boldsymbol{f(x)}=\dfrac{\boldsymbol{x-2+\sqrt{x^2-4x+4}}}{\boldsymbol{x-2}}$

**Verifica inoltre che:** $\boldsymbol{f(x)}=\begin{cases}\boldsymbol{2} & \boldsymbol{se}\ \ \boldsymbol{x}>2\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{se}\ \ \boldsymbol{x}<2\end{cases}$

$$f(x)=\frac{x-2+\sqrt{x^2-4x+4}}{x-2}= \qquad\qquad C.E.:\quad x\neq 2\,.$$

$$f(x)=\frac{x-2+\sqrt{(x-2)^2}}{x-2}=\frac{x-2+|x-2|}{x-2}=\begin{cases}\dfrac{x-2+(x-2)}{x-2} & se\ \ x-2>0\\[2ex] \dfrac{x-2-(x-2)}{x-2} & se\ \ x-2<0\end{cases}$$

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x-4}{x-2} & se\ \ x>2\\[2ex] \dfrac{0}{x-2} & se\ \ x<2\end{cases}\qquad f(x)=\begin{cases}\dfrac{2(x-2)}{x-2} & se\ \ x>2\\[2ex] \dfrac{0}{x-2} & se\ \ x<2\end{cases}\qquad f(x)=\begin{cases}2 & se\ \ x>2\\ 0 & se\ \ x<2\end{cases}$$