

Prova di Matematica : Insiemi numerici N e Z

Alunno: _____ Classe: **1A** L. Scientifico 19 ottobre 2023

1. Calcola il valore delle seguenti espressioni:

$$2 - \{1 - [5 + (6 + 2 \cdot 2) : (3^2 - 7)] : (9 - 2 \cdot 2) + 1\} \cdot (8 - 4 - 2 - 1) - 2 \cdot 3$$

$$\{[(-3)^{11} \cdot (+3)^{13}] \cdot [-2^{20} \cdot (-2)^4]\} : (-36)^{12} - [(-5)^{16} : (+5)^{13}]^0$$

$$(3^{23} - 9 \cdot 3^{22}) : (3^{23} - 3^{21} - 27 \cdot 3^{20})$$

2. Trasforma il numero esadecimale $(1CD)_{16}$ nel corrispondente numero decimale.

Effettua la verifica trasformando il numero decimale ottenuto nel corrispondente numero esadecimale.

- 3. In una scuola la classe 1A è composta da 24 allievi e la classe 1B da 18 allievi. L'insegnante di scienze motorie vuole formare dei gruppi di alunni, composti ognuno da allievi della stessa classe e ciascuno avente il massimo numero di studenti. Quanti gruppi formerà e da quanti allievi saranno composti?**
- 4. Il prodotto delle età dei miei figli vale 1664. Il minore ha la metà degli anni del maggiore e non vi sono gemelli. Quanti figli ho e che età hanno? (argomenta la risposta)** [Kangourou 2001]

Soluzione

1. Calcola il valore delle seguenti espressioni:

$$\begin{aligned} & 2 - \{1 - [5 + (6 + 2 \cdot 2) : (3^2 - 7)] : (9 - 2 \cdot 2) + 1\} \cdot (8 - 4 - 2 - 1) - 2 \cdot 3 = \\ & = 2 - \{1 - [5 + (6 + 4) : (9 - 7)] : (9 - 4) + 1\} \cdot (4 - 2 - 1) - 2 \cdot 3 = \\ & = 2 - \{1 - [5 + 10 : 2] : 5 + 1\} \cdot (2 - 1) - 2 \cdot 3 = \\ & = 2 - \{1 - [5 + 5] : 5 + 1\} \cdot 1 - 2 \cdot 3 = \\ & = 2 - \{1 - 10 : 5 + 1\} \cdot 1 - 2 \cdot 3 = \\ & = 2 - \{1 - 2 + 1\} \cdot 1 - 2 \cdot 3 = \\ & = 2 - 0 \cdot 1 - 2 \cdot 3 = \\ & = 2 - 0 - 6 = \mathbf{-4}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \{[(-3)^{11} \cdot (+3)^{13}] \cdot [-2^{20} \cdot (-2)^4]\} : (-36)^{12} - [(-5)^{16} : (+5)^{13}]^0 = \\ & = \{-3^{24} \cdot [-2^{24}]\} : (-6^2)^{12} - 1 = \\ & = 6^{24} : 6^{24} - 1 = \\ & = 1 - 1 = \mathbf{0}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (3^{23} - 9 \cdot 3^{22}) : (3^{23} - 3^{21} - 27 \cdot 3^{20}) = \\ & = (3 \cdot 3^{22} - 9 \cdot 3^{22}) : (3^3 \cdot 3^{20} - 3 \cdot 3^{20} - 27 \cdot 3^{20}) = \\ & = (-6 \cdot 3^{22}) : (27 \cdot 3^{20} - 3 \cdot 3^{20} - 27 \cdot 3^{20}) = \\ & = (-6 \cdot 3^{22}) : (-3 \cdot 3^{20}) = \\ & = 2 \cdot 3^2 = \mathbf{18}. \end{aligned}$$

2. Trasforma il numero esadecimale $(1CD)_{16}$ nel corrispondente numero decimale.

Effettua la verifica trasformando il numero decimale ottenuto nel corrispondente numero esadecimale.

$$\begin{aligned} (1CD)_{16} &= (1 \cdot 16^2 + C \cdot 16^1 + D \cdot 16^0)_{10} = \\ &= (256 + 12 \cdot 16^1 + 13 \cdot 16^0)_{10} = \\ &= (256 + 192 + 13)_{10} \\ &= \mathbf{(461)_{10}}. \end{aligned}$$

Verifica		
Numero	Resto	
461	13	B
28	12	A
1	1	1
0		



3. In una scuola la classe 1A è composta da 24 allievi e la classe 1B da 18 allievi. L'insegnante di scienze motorie vuole formare dei gruppi di alunni, composti ognuno da allievi della stessa classe e ciascuno avente il massimo numero di studenti. Quanti gruppi formerà e da quanti allievi saranno composti?

Soluzione

L'insegnante può formare gruppi costituiti: da 1 studente, da 2 studenti, da 3 studenti, ecc...

Questi numeri: 1, 2, 3, 6... sono i divisori comuni a 24 e 18.

Dovendo formare gruppi con il massimo numero di studenti occorre quindi considerare il più grande dei divisori comuni a 24 e 18.

$$24 = 2^3 \cdot 3 \qquad 18 = 2 \cdot 3^2 \qquad M.C.D. (24, 18) = 2 \cdot 3 = 6.$$

L'insegnante formerà 4 gruppi da 6 studenti della classe 1A: $(N^\circ \text{ gruppi})_{1A} = 24 : 6 = 4$.

L'insegnante formerà 3 gruppi da 6 studenti della classe 1B: $(N^\circ \text{ gruppi})_{1B} = 18 : 6 = 3$.

Pertanto l'insegnante formerà 7 gruppi composti ognuno da 6 allievi.

4. Il prodotto delle età dei miei figli vale 1664. Il minore ha la metà degli anni del maggiore e non vi sono gemelli. Quanti figli ho e che età hanno? (argomenta la risposta) [Kangourou 2001]

Soluzione

Prima di tutto determiniamo i fattori che compongono il numero 1664.

Dalla scomposizione si ha: $1664 = 2^7 \cdot 13$.

Si osserva che 13 non può essere l'età del maggiore perché è dispari (il maggiore ha età doppia del minore).

13 non può essere l'età del minore perché con i restanti fattori di 2^7 non si può ottenere il suo doppio 26.

Abbiamo quindi che 13 è l'età di un figlio intermedio, cioè: ..., ..., ..., 13, ... , ..., ...

Con i restanti fattori di 2^7 occorre formare quindi numeri minori di 13 e numeri maggiori di 13.

I numeri maggiori di 13 sono: 2^4 , 2^5 , 2^6 , 2^7 .

2^7 è da scartare perché moltiplicato per la sua metà 2^6 va oltre 2^7 .

2^6 è da scartare perché moltiplicato per la sua metà 2^5 va oltre 2^7 .

2^5 è da scartare perché moltiplicato per la sua metà 2^4 va oltre 2^7 .

Pertanto l'età del figlio maggiore è 2^4 .

Non essendoci gemelli, le combinazioni restanti sono le seguenti:

Età 1° Figlio	Età 2° Figlio	Età 3° Figlio	Età 4° Figlio
2^1	2^2	13	2^4
Da scartare perché 2^4 non è il doppio di 2^1			

Età 1° Figlio	Età 2° Figlio	Età 3° Figlio
2^3	13	2^4
Soluzione accettabile perché 2^4 è il doppio di 2^3		

Pertanto ho tre figli di età: 8, 13 e 16 anni.