

**Liceo Scientifico "G. Galilei" Trebisacce**  
Anno Scolastico 2023-2024  
**Prova di Matematica : Insiemi e logica**

Alunno: \_\_\_\_\_ Classe: **1A** L. Scientifico **23 gennaio 2024**

1. In un quartiere abitano 100 ragazzi, di questi 50 praticano il nuoto, 40 praticano il calcio e 10 praticano entrambi gli sport. Quanti ragazzi non praticano alcuno sport?
  
2. In una scuola americana: 65 studenti frequentano il corso di italiano, 80 quello di francese, 140 quello di spagnolo, 50 i corsi di italiano e di spagnolo, 40 solo i corsi di francese e spagnolo, 10 solo il corso di italiano, 20 tutti e tre i corsi. Tutti gli studenti frequentano almeno uno corso. Trova il numero degli studenti che frequentano un solo corso.
  
3. Volendo collegare 8 città a due a due, con linee ferroviarie, quante linee è necessario costruire?
  
4. Determina le negazioni delle seguenti proposizioni ed enunciati:
  - a: "Suono o canto"
  - b: "se vinco la lotteria, ti regalo un'auto"
  - c: "x è un numero tale che  $2 < x \leq 5$ "
  - d: "In ogni regione c'è almeno un comune in cui tutti i cittadini hanno meno di 100 anni"
  
5. Verifica che la proposizione:  $(\bar{a} \vee b) \vee (a \wedge \bar{b})$  è una tautologia.
  
6. Stabilisci se è valido il seguente ragionamento effettuando la relativa dimostrazione:

Se piove, prendo l'ombrello
Non piove
Non prendo l'ombrello

## Soluzione

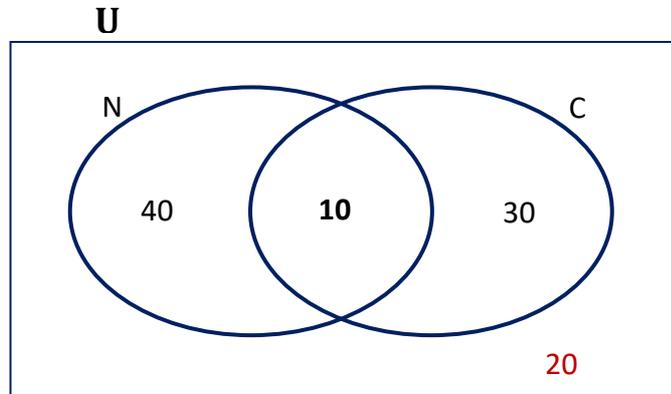
1. In un quartiere abitano 100 ragazzi, di questi 50 praticano il nuoto, 40 praticano il calcio e 10 praticano entrambi gli sport. Quanti ragazzi non praticano alcuno sport?

### Soluzione

Indichiamo con  $N$  l'insieme dei ragazzi che praticano il nuoto.

Indichiamo con  $C$  l'insieme dei ragazzi che praticano il calcio.

$$\text{Dati} \begin{cases} |U| = 100 \\ |N| = 50 \\ |C| = 40 \\ |N \cap C| = 10 \end{cases}$$



$$|\overline{N \cup C}| = ?$$

$$|N - C| = |N| - |N \cap C| = 50 - 10 = 40$$

$$|C - N| = |C| - |N \cap C| = 40 - 10 = 30$$

$$|\overline{N \cup C}| = |U| - |N| - |C - N| = 100 - 50 - 30 = 20$$

Pertanto 20 ragazzi non praticano alcuno sport.

2. In una scuola americana: 65 studenti frequentano il corso di italiano, 80 quello di francese, 140 quello di spagnolo, 50 i corsi di italiano e di spagnolo, 40 solo i corsi di francese e spagnolo, 10 solo il corso di italiano, 20 tutti e tre i corsi. Tutti gli studenti frequentano almeno un corso. Trova il numero degli studenti che frequentano un solo corso.

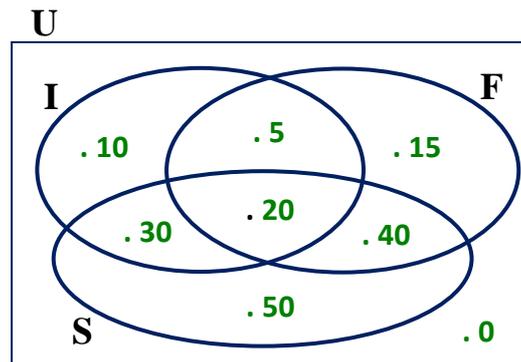
### Soluzione

Indichiamo con  $I$  l'insieme degli alunni che frequentano il corso d'italiano.

Indichiamo con  $F$  l'insieme degli alunni che frequentano il corso di francese.

Indichiamo con  $S$  l'insieme degli alunni che frequentano il corso di spagnolo.

$$\text{Dati} \begin{cases} |I| = 65 \\ |F| = 80 \\ |S| = 140 \\ |I \cap S| = 50 \\ |(F \cap S) - I| = 40 \\ |I - (F \cup S)| = 10 \\ |I \cap F \cap S| = 20 \\ |\overline{I \cup F \cup S}| = 0 \end{cases}$$



$$|I - (F \cup S)| + |F - (I \cup S)| + |S - (I \cup F)| = ?$$

$$|(I \cap S) - F| = |I \cap S| - |I \cap F \cap S| = 50 - 20 = 30.$$

$$|(I \cap F) - S| = |I| - |I - (F \cup S)| - |I \cap S| = 65 - 10 - 50 = 5.$$

$$|F - (I \cup S)| = |F| - |(I \cap F) - S| - |I \cap F \cap S| - |(F \cap S) - I| = 80 - 5 - 20 - 40 = 15.$$

$$|S - (I \cup F)| = |S| - |I \cap S| - |(F \cap S) - I| = 140 - 50 - 40 = 50.$$

$$|I - (F \cup S)| + |F - (I \cup S)| + |S - (I \cup F)| = 10 + 15 + 50 = 75.$$

Pertanto 75 studenti frequentano un solo corso.

3. Volendo collegare 8 città a due a due, con linee ferroviarie, quante linee è necessario costruire?

Soluzione

Si perviene alla soluzione considerando le coppie ordinate del prodotto cartesiano  $A \times A$ , dove  $A$  è l'insieme delle 8 città. Nel determinare tali coppie occorre ricordare però, che le coppie (Milano ; Roma) e (Roma ; Milano) devono essere contate una sola volta.

Inoltre occorre escludere le coppie (Milano; Milano).

Pertanto le linee da costruire sono:  $N^\circ \text{ Linee} = (8 \times 8 - 8) : 2 = 28$ .

4. Determina la negazione delle seguenti proposizioni ed enunciati:

- a: "Suono o canto"
- b: "se vinco la lotteria, ti regalo un'auto"
- c: "x è un numero tale che  $2 < x \leq 5$ "
- d: "In ogni regione c'è almeno un comune in cui tutti i cittadini hanno meno di 100 anni"

$\bar{a}$ : "Non suono e non canto"

$\bar{b}$ : "Vinco alla lotteria e non ti regalo un'auto"

$\bar{c}$ : "x è un numero tale che  $x \leq 2 \vee x > 5$ "

$\bar{d}$ : "Esiste una regione dove in ogni comune c'è almeno un cittadino centenario"

5. Verifica che la proposizione:  $(\bar{a} \vee b) \vee (a \wedge \bar{b})$  è una tautologia.

$a$	$b$	$\bar{a}$	$\bar{b}$	$\bar{a} \vee b$	$a \wedge \bar{b}$	$(\bar{a} \vee b) \vee (a \wedge \bar{b})$
V	V	F	F	V	F	V
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	V	F	V
F	F	V	V	V	F	V

6. Stabilisci la validità del seguente ragionamento:

Se piove, prendo l'ombrello  
 Non piove  
 -----  
 Non prendo l'ombrello

$p \rightarrow q$   
 $\bar{p}$   
 -----  
 $\bar{q}$

Avendo posto  $p$ : "piove" e  
 $q$ : "prendo l'ombrello"

Per stabilire la validità del ragionamento occorre verificare se la proposizione  $[(p \rightarrow q) \wedge \bar{p}] \rightarrow \bar{q}$  è una tautologia.

$p$	$q$	$\bar{p}$	$\bar{q}$	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge \bar{p}$	$[(p \rightarrow q) \wedge \bar{p}] \rightarrow \bar{q}$
V	V	F	F	V	F	V
V	F	F	V	F	F	V
F	V	V	F	V	V	F
F	F	V	V	V	V	V

Siccome la proposizione  $[(p \rightarrow q) \wedge \bar{p}] \rightarrow \bar{q}$  non è una tautologia, allora il ragionamento non è valido.