

**Liceo Scientifico "G. Galilei" Trebisacce**  
Anno Scolastico 2023-2024  
**Prova di Matematica : Insiemi e logica**

Alunno: \_\_\_\_\_ Classe: **1A** L. Scientifico **23 gennaio 2024**

1. In un quartiere abitano 100 ragazzi, di questi 50 praticano il nuoto, 40 praticano il calcio e 10 praticano entrambi gli sport. Quanti ragazzi non praticano alcuno sport?
  
2. In una scuola americana: 65 studenti frequentano il corso di italiano, 80 quello di francese, 140 quello di spagnolo, 50 i corsi di italiano e di spagnolo, 40 solo i corsi di francese e spagnolo, 10 solo il corso di italiano, 20 tutti e tre i corsi. Tutti gli studenti frequentano almeno uno corso. Trova il numero degli studenti che frequentano un solo corso.
  
3. Volendo collegare 8 città a due a due, con linee ferroviarie, quante linee è necessario costruire?
  
4. Determina le negazioni delle seguenti proposizioni ed enunciati:
  - a: "Suono o canto"
  - b: "se vinco la lotteria, ti regalo un'auto"
  - c: "x è un numero tale che  $2 < x \leq 5$ "
  - d: "In ogni regione c'è almeno un comune in cui tutti i cittadini hanno meno di 100 anni"
  
5. Verifica che la proposizione:  $(\bar{a} \vee b) \vee (a \wedge \bar{b})$  è una tautologia.
  
6. Stabilisci se è valido il seguente ragionamento effettuando la relativa dimostrazione:

Se piove, prendo l'ombrello
Non piove
Non prendo l'ombrello



3. Volendo collegare 8 città a due a due, con linee ferroviarie, quante linee è necessario costruire?

Soluzione  
 Si perviene alla soluzione considerando le coppie ordinate del prodotto cartesiano  $A \times A$ , dove  $A$  è l'insieme delle 8 città. Nel determinare tali coppie occorre ricordare però, che le coppie (Milano ; Roma) e (Roma ; Milano) devono essere contate una sola volta.  
 Inoltre occorre escludere le coppie (Milano; Milano).  
 Pertanto le linee da costruire sono:  $N^\circ \text{ Linee} = (8 \times 8 - 8) : 2 = 28$ .

4. Determina la negazione delle seguenti proposizioni ed enunciati:

- a: "Suono o canto"
- b: "se vinco la lotteria, ti regalo un'auto"
- c: "x è un numero tale che  $2 < x \leq 5$ "
- d: "In ogni regione c'è almeno un comune in cui tutti i cittadini hanno meno di 100 anni"

- $\bar{a}$ : "Non suono e non canto"
- $\bar{b}$ : "Vinco alla lotteria e non ti regalo un'auto"
- $\bar{c}$ : "x è un numero tale che  $x \leq 2 \vee x > 5$ "
- $\bar{d}$ : "Esiste una regione dove in ogni comune c'è almeno un cittadino centenario"

5. Verifica che la proposizione:  $(\bar{a} \vee b) \vee (a \wedge \bar{b})$  è una tautologia.

$a$	$b$	$\bar{a}$	$\bar{b}$	$\bar{a} \vee b$	$a \wedge \bar{b}$	$(\bar{a} \vee b) \vee (a \wedge \bar{b})$
V	V	F	F	V	F	V
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	V	F	V
F	F	V	V	V	F	V

6. Stabilisci la validità del seguente ragionamento:

Se piove, prendo l'ombrello	$p \rightarrow q$	Avendo posto $p$ : "piove" e $q$ : "prendo l'ombrello"
Non piove	$\bar{p}$	
Non prendo l'ombrello	$\bar{q}$	

Per stabilire la validità del ragionamento occorre verificare se la proposizione  $[(p \rightarrow q) \wedge \bar{p}] \rightarrow \bar{q}$  è una tautologia.

$p$	$q$	$\bar{p}$	$\bar{q}$	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge \bar{p}$	$[(p \rightarrow q) \wedge \bar{p}] \rightarrow \bar{q}$
V	V	F	F	V	F	V
V	F	F	V	F	F	V
F	V	V	F	V	V	F
F	F	V	V	V	V	V

Siccome la proposizione  $[(p \rightarrow q) \wedge \bar{p}] \rightarrow \bar{q}$  non è una tautologia, allora il ragionamento non è valido.