

Alunno: \_\_\_\_\_ Classe: **1A** L. Scientifico 4 aprile 2024

**1. Semplifica le seguenti frazioni algebriche:**

$$\frac{2x^2 - 4x}{x^2 - 4}$$

$$\frac{x^3 - 6x^2}{x^3 - 4x^2 - 12x}$$

$$\frac{8a^3 + 1}{8a^3 - 4a^2 + 2a}$$

$$\frac{6x^2 - 4x}{9x^2 - 4} \cdot \frac{3x^2 - 4x - 4}{2x^2 - 8x + 8}$$

$$\frac{4a^2 + 9 + 12a}{4a^2 - 9} : \frac{2a^2 + a - 1}{4a^3 - 4a^2 - 5a + 3}$$

$$\frac{x+1}{4x+2} - \frac{x}{x-3} + \frac{2x+15}{2x^2-5x-3}$$

$$\left[ \frac{a-3}{4} + \left( \frac{a^2}{a^2-4} - \frac{a+3}{a-2} \right) : \frac{10a+12}{a^2-3a+2} \right] : \frac{a^2-3a-4}{4}$$

- 2. Anna è in grado di effettuare la potatura della siepe del giardino di casa in  $t$  ore. Beatrice, per svolgere lo stesso lavoro, impiega 2 ore in più di Anna, mentre Carlotta 3 ore in meno di Beatrice. Se tutte e tre lavorassero assieme, quale frazione del lavoro svolgerebbero in 45 minuti?**

## Soluzione

### 1. Semplifica le seguenti frazioni algebriche:

$$\frac{2x^2 - 4x}{x^2 - 4} = \frac{2x(x-2)}{(x+2)(x-2)} = \frac{2x}{x+2}.$$

$$C.E.: x \neq \mp 2$$

$$\frac{x^3 - 6x^2}{x^3 - 4x^2 - 12x} = \frac{x^2(x-6)}{x(x^2 - 4x - 12)} = \frac{x^2(x-6)}{x(x+2)(x-6)} = \frac{x}{x+2}.$$

$$C.E.: x \neq 0 \wedge x \neq -2 \wedge x \neq 6$$

$$\frac{8a^3 + 1}{8a^3 - 4a^2 + 2a} = \frac{(2a+1)(4a^2 - 2a + 1)}{2a(4a^2 - 2a + 1)} = \frac{2a+1}{2a}.$$

$$C.E.: a \neq 0$$

### 2. Semplifica le seguenti espressioni:

$$\begin{aligned} \frac{6x^2 - 4x}{9x^2 - 4} \cdot \frac{3x^2 - 4x - 4}{2x^2 - 8x + 8} &= \\ = \frac{2x(3x-2)}{(3x+2)(3x-2)} \cdot \frac{(x-2)(3x+2)}{2(x-2)^2} &= \frac{x}{x-2}. \end{aligned}$$

$$C.E.: x \neq \mp \frac{2}{3} \wedge x \neq 2$$

$$\text{Fattorizzo: } 3x^2 - 4x - 4 =$$

$$= 3x^2 - 6x + 2x - 4 = 3x(x-2) + 2(x-2) =$$

$$= (x-2)(3x+2).$$

$$\text{Fattorizzo: } 2x^2 - 8x + 8 = 2(x^2 - 4x + 4) = 2(x-2)^2.$$

$$p = 3 \cdot (-4) = -12 \quad s = -4$$

$$a = +2 \quad \wedge \quad b = -6$$

$$\frac{4a^2 + 9 + 12a}{4a^2 - 9} : \frac{2a^2 + a - 1}{4a^3 - 4a^2 - 5a + 3} =$$

$$C.E.: a \neq -1 \wedge a \neq \frac{1}{2} \wedge a \neq \mp \frac{3}{2}$$

$$= \frac{(2a+3)^2}{(2a+3)(2a-3)} \cdot \frac{(a+1) \cdot (2a-1) \cdot (2a-3)}{(a+1)(2a-1)} = 2a+3.$$

$$\text{Fattorizzo: } 2a^2 + a - 1 =$$

$$= 2a^2 - a + 2a - 1 = a(2a-1) + 1 \cdot (2a-1) =$$

$$= (2a-1)(a+1)$$

$$p = 2 \cdot 1 = -2 \quad s = 1$$

$$a = -1 \quad \wedge \quad b = +2$$

$$\text{Fattorizzo: } 4a^3 - 4a^2 - 5a + 3.$$

$$\text{I divisori di 3 sono: } D_3 = \{\pm 1, \pm 3\}$$

Applicando la regola di Ruffini si ha:

$$= (a+1) \cdot (4a^2 - 8a + 3) =$$

	4	-4	-5	+3
-1		-4	+8	-3
	4	-8	+3	0

Riapplicando la regola di Ruffini si ha:

$$= (a+1) \cdot \left(a - \frac{1}{2}\right) (4a-6) =$$

	4	-8	+3
$\frac{1}{2}$		+2	-3
	4	-6	0

$$= (a+1) \cdot \left(a - \frac{1}{2}\right) \cdot 2 \cdot (2a-3) = (a+1) \cdot (2a-1) \cdot (2a-3)$$

$$\text{Oppure: } 4a^2 - 8a + 3 =$$

$$p = 12 \quad s = -8 \quad -2 \text{ e } -6$$

$$4a^2 - 6a - 2a + 3 = 2a \cdot (2a-3) - 1 \cdot (2a-3) = (2a-3) \cdot (2a-1).$$

$$\frac{x+1}{4x+2} - \frac{x}{x-3} + \frac{2x+15}{2x^2-5x-3} =$$

$$C.E.: x \neq 3 \wedge x \neq -\frac{1}{2}$$

$$\text{Fattorizzo: } 2x^2 - 5x - 3 = 2x^2 + x - 6x - 3 =$$

$$= x(2x+1) - 3 \cdot (2x+1) = (2x+1)(x-3) =$$

$$p = -3 \cdot 2 = -6 \quad s = -5$$

$$a = +1 \quad \wedge \quad b = -6$$

$$= \frac{x+1}{2(2x+1)} - \frac{x}{x-3} + \frac{2x+15}{(2x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{(x-3)(x+1) - x \cdot 2(2x+1) + 2(2x+15)}{2(2x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2 + x - 3x - 3 - 4x^2 - 2x + 4x + 30}{2(2x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{27 - 3x^2}{2(2x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{3(9 - x^2)}{2(2x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{3(3+x)(3-x)}{2(2x+1)(x-3)} = \frac{-3(3+x)(x-3)}{2(2x+1)(x-3)} = -\frac{3(3+x)}{2(2x+1)}.$$

$$= \left[ \frac{a-3}{4} + \left( \frac{a^2}{a^2-4} - \frac{a+3}{a-2} \right) : \frac{10a+12}{a^2-3a+2} \right] : \frac{a^2-3a-4}{4} =$$

$$C.E.: a \neq \pm 1 \wedge a \neq \pm 2 \wedge a \neq 4 \wedge a \neq -\frac{6}{5}$$

$$= \left[ \frac{a-3}{4} + \left( \frac{a^2}{(a+2)(a-2)} - \frac{a+3}{a-2} \right) : \frac{2(5a+6)}{(a-1)(a-2)} \right] : \frac{(a+1)(a-4)}{4} =$$

$$= \left[ \frac{a-3}{4} + \frac{a^2 - (a+2)(a+3)}{(a+2)(a-2)} : \frac{2(5a+6)}{(a-1)(a-2)} \right] \cdot \frac{4}{(a+1)(a-4)} =$$

$$= \left[ \frac{a-3}{4} + \frac{a^2 - a^2 - 3a - 2a - 6}{(a+2)(a-2)} : \frac{2(5a+6)}{(a-1)(a-2)} \right] \cdot \left( \frac{4}{(a+1)(a-4)} \right) =$$

$$= \left[ \frac{a-3}{4} + \frac{-5a-6}{(a+2)(a-2)} : \frac{2(5a+6)}{(a-1)(a-2)} \right] \cdot \frac{4}{(a+1)(a-4)} =$$

$$= \left[ \frac{a-3}{4} + \frac{-(5a+6)}{(a+2)(a-2)} \cdot \frac{(a-1)(a-2)}{2(5a+6)} \right] \cdot \frac{4}{(a+1)(a-4)} =$$

$$= \left[ \frac{a-3}{4} + \frac{-(a-1)}{2(a+2)} \right] \cdot \frac{4}{(a+1)(a-4)} =$$

$$= \left[ \frac{a-3}{4} + \frac{-(a-1)}{2(a+2)} \right] \cdot \frac{4}{(a+1)(a-4)} =$$

$$= \frac{(a-3)(a+2) - 2(a-1)}{4(a+2)} \cdot \frac{4}{(a+1)(a-4)} =$$

$$= \frac{a^2 + 2a - 3a - 6 - 2a + 2}{4(a+2)} \cdot \frac{4}{(a+1)(a-4)} =$$

$$= \frac{a^2 - 3a - 4}{4(a+2)} \cdot \frac{4}{(a+1)(a-4)} =$$

$$= \frac{(a-4)(a+1)}{4(a+2)} \cdot \frac{4}{(a+1)(a-4)} = \frac{1}{a+2}.$$

2. Anna è in grado di effettuare la potatura della siepe del giardino di casa in  $t$  ore. Beatrice, per svolgere lo stesso lavoro, impiega 2 ore in più di Anna, mentre Carlotta 3 ore in meno di Beatrice. Se tutte e tre lavorassero assieme, quale frazione del lavoro svolgerebbero in 45 minuti?

Soluzione

Anna svolge il lavoro in  $t$  ore. Pertanto in un'ora svolge una frazione del lavoro pari a  $\frac{1}{t}$ .

Beatrice svolge il lavoro in  $(t + 2)$  ore. Pertanto Beatrice in un'ora svolge una frazione del lavoro pari a  $\frac{1}{t+2}$ .

Carlotta svolge il lavoro in  $(t + 2 - 3)$  ore. Pertanto Carlotta in un'ora svolge una frazione del lavoro pari a  $\frac{1}{t-1}$ .

Anna, Beatrice e Carlotta, in un'ora, lavorando assieme, svolgono una frazione di lavoro pari a:

$$\begin{aligned}(L_{A+B+C})^{1h} &= \frac{1}{t} + \frac{1}{t+2} + \frac{1}{t-1} = \\ &= \frac{(t+2) \cdot (t-1) + t \cdot (t-1) + t \cdot (t+2)}{t \cdot (t+2) \cdot (t-1)} = \\ &= \frac{t^2 - t + 2t - 2 + t^2 - t + t^2 + 2t}{t \cdot (t+2) \cdot (t-1)} = \\ &= \frac{3t^2 + 2t - 2}{t \cdot (t+2) \cdot (t-1)}.\end{aligned}$$

Anna, Beatrice e Carlotta, in 45 minuti, lavorando assieme, svolgono una frazione di lavoro pari a:

$$(L_{A+B+C})^{\frac{3}{4}h} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3t^2 + 2t - 2}{t \cdot (t+2) \cdot (t-1)}$$