

Prova di Matematica: **Sistemi lineari**

Traccia A

<b>1. Determina il grado dei seguenti sistemi</b>		<b>2. Verifica se la coppia a lato è soluzione del sistema</b>	
$\begin{cases} 3x - y = 5 \\ y - 3y^2 = 6 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x + 2y^2 = 1 \\ y^2 \cdot (5 - x) = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3y + x = 7 \end{cases} \quad (x = 1; y = 3)$	$\begin{cases} 2x + 2y = 5 \\ 3y - 4x = 4 \end{cases} \quad \left(x = \frac{1}{2}; y = 2\right)$
Sistema di _____ grado	Sistema di _____ grado	SI      NO	SI      NO

**3. Indica senza risolverli il tipo dei seguenti sistemi lineari (determinato, indeterminato, impossibile):**

$\begin{cases} 2x - 5y - 6 = 0 \\ \frac{1}{5}x - \frac{1}{2}y = -4 \end{cases}$ Sistema _____	$\begin{cases} 6y - 4x = \frac{2}{3} \\ 2x - 3y + \frac{1}{3} = 0 \end{cases}$ Sistema _____	$\begin{cases} \frac{1}{3}y - 6x = 1 \\ 3x + \frac{1}{6}y = \frac{1}{2} \end{cases}$ Sistema _____
$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} =$	$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} =$	$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} =$

**4. Risolvi i seguenti sistemi di equazioni lineari con un metodo a tua scelta :**

$$\begin{cases} \frac{2x-1}{5} - \frac{3y-4x}{4} - \frac{1}{2} = 2 \\ \frac{2}{5}x - \frac{3}{4}y + \frac{1}{5} = \frac{1}{2} - \frac{3}{10}y \end{cases} \quad \begin{cases} 8x + 10y - 5z = 12 \\ z - 4y + x = -6 \\ z - 6x + 6y = 6 \end{cases}$$

**5. Risolvi e discuti il seguente sistema letterale nelle incognite x e y :**

$$\begin{cases} (a+2)x - ay = -1 \\ x + y = a \end{cases}$$

**6. In una fabbrica ci sono 2 macchine, la prima produce 10 pezzi all'ora, la seconda 7 pezzi all'ora. Le due macchine hanno prodotto in tutto 191 pezzi, lavorando complessivamente 23 ore. Determina il numero di pezzi prodotti dall'una e dall'altra macchina.**

# Soluzione

<b>1. Determina il grado dei seguenti sistemi</b>	
$\begin{cases} 3x - y = 5 \\ y - 3y^2 = 6 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x + 2y^2 = 1 \\ y^2 \cdot (5 - x) = 0 \end{cases}$
Sistema di <b>2° grado</b>	Sistema di <b>6° grado</b>

<b>2. Verifica se la coppia a lato è soluzione del sistema</b>			
$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3y + x = 7 \end{cases}$	$(x = 1; y = 3)$	$\begin{cases} 2x + 2y = 5 \\ 3y - 4x = 4 \end{cases}$	$(x = \frac{1}{2}; y = 2)$
<b>SI</b>	<b>NO</b>	<b>SI</b>	<b>NO</b>

**3. Indica senza risolverli il tipo dei seguenti sistemi lineari (determinato, indeterminato, impossibile):**

$\begin{cases} 2x - 5y - 6 = 0 \\ \frac{1}{5}x - \frac{1}{2}y = -4 \end{cases}$	Sistema <b>impossibile</b>	$\begin{cases} 6y - 4x = \frac{2}{3} \\ 2x - 3y + \frac{1}{3} = 0 \end{cases}$	Sistema <b>indeterminato</b>	$\begin{cases} \frac{1}{3}y - 6x = 1 \\ 3x + \frac{1}{6}y = \frac{1}{2} \end{cases}$	Sistema <b>determinato</b>
$\frac{a}{a'} = \mathbf{10}$ $\frac{b}{b'} = \mathbf{10}$ $\frac{c}{c'} = \mathbf{-\frac{3}{2}}$		$\frac{a}{a'} = \mathbf{-2}$ $\frac{b}{b'} = \mathbf{-2}$ $\frac{c}{c'} = \mathbf{-2}$		$\frac{a}{a'} = \mathbf{-2}$ $\frac{b}{b'} = \mathbf{2}$ $\frac{c}{c'} =$	

**4. Risolvi i seguenti sistemi di equazioni lineari con un metodo a tua scelta :**

$$\begin{cases} \frac{2x-1}{5} - \frac{3y-4x}{4} - \frac{1}{2} = 2 \\ \frac{2}{5}x - \frac{3}{4}y + \frac{1}{5} = \frac{1}{2} - \frac{3}{10}y \end{cases} \quad \begin{cases} 4(2x-1) - 5(3y-4x) - 10 = 40 \\ 8x - 15y + 4 = 10 - 6y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8x - 4 - 15y + 20x - 10 = 40 \\ 8x - 9y = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} 28x - 15y = 54 \\ 8x - 9y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8x = 9y + 6 \\ 28 \cdot \left(\frac{9}{8}y + \frac{3}{4}\right) - 15y = 54 \\ 63y + 42 - 30y = 108 \\ y = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{9}{8}y + \frac{3}{4} \\ \frac{63}{2}y + 21 - 15y = 54 \\ 33y = 66 \\ x = \frac{9}{8} \cdot 2 + \frac{3}{4} = \frac{9}{4} + \frac{3}{4} = \frac{12}{4} = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8x + 10y - 5z = 12 \\ z - 4y + x = -6 \\ z - 6x + 6y = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} z = 4y - x - 6 \end{cases} \quad \begin{cases} 8x + 10y - 5(4y - x - 6) = 12 \\ 4y - x - 6 - 6x + 6y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8x + 10y - 20y + 5x + 30 = 12 \\ -7x + 10y = 12 \end{cases} \quad \begin{cases} 13x - 10y = -18 \\ 7x - 10y = -12 \end{cases} \quad \begin{cases} y = \frac{7}{10}x + \frac{6}{5} \\ 6x = -6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 13x - 10\left(\frac{7}{10}x + \frac{6}{5}\right) = -18 \\ \end{cases} \quad \begin{cases} 13x - 7x - 12 = -18 \\ \end{cases} \quad \begin{cases} 6x = -6 \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ \end{cases} \quad \begin{cases} y = \frac{7}{10} \cdot (-1) + \frac{6}{5} = -\frac{7}{10} + \frac{6}{5} = \frac{-7 + 12}{10} = \frac{1}{2} \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2} \\ \end{cases} \quad \begin{cases} z = 4 \cdot \frac{1}{2} - (-1) - 6 = 2 + 1 - 6 = -3 \\ \end{cases} \quad \begin{cases} x = -1 \\ y = \frac{1}{2} \\ z = -3 \end{cases}$$

5. Risolvi e discuti il seguente sistema letterale nelle incognite x e y :

$$\begin{cases} (a+2)x - ay = -1 \\ x + y = a \end{cases}$$

$$D = \begin{vmatrix} a+2 & -a \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = a+2+a = 2a+2 = 2 \cdot (a+1)$$

$$D_x = \begin{vmatrix} -1 & -a \\ a & 1 \end{vmatrix} = -1+a^2 = (a+1) \cdot (a-1)$$

$$D_y = \begin{vmatrix} a+2 & -1 \\ 1 & a \end{vmatrix} = a \cdot (a+2) + 1 = a^2 + 2a + 1 = (a+1)^2$$

Se  $D \neq 0$  cioè  $2 \cdot (a+1) \neq 0$ ;

$$a \neq -1 \Rightarrow \left( x = \frac{D_x}{D} = \frac{(a+1) \cdot (a-1)}{2 \cdot (a+1)} = \frac{a-1}{2} ; \quad y = \frac{D_y}{D} = \frac{(a+1)^2}{2 \cdot (a+1)} = \frac{a+1}{2} \right)$$

Se  $D = 0$  cioè  $2 \cdot (a+1) = 0$ ;  $a = -1 \Rightarrow \begin{cases} x + y = -1 \\ x + y = -1 \end{cases}$  Sistema indeterminato

1. Riepilogando:

Valore del parametro	Tipo di equazione	Soluzione
$a = -1$	Sistema indeterminato	$\infty$ soluzioni
$a \neq -1$	Sistema determinato	$\left( \frac{a-1}{2} ; \frac{a+1}{2} \right)$

6. In una fabbrica ci sono 2 macchine, la prima produce 10 pezzi all'ora, la seconda 7 pezzi all'ora. Le due macchine hanno prodotto in tutto 191 pezzi, lavorando complessivamente 23 ore. Determina il numero di pezzi prodotti dall'una e dall'altra macchina.

Soluzione

Poniamo tempo di lavoro della macchina 1 = x e tempo di lavoro della macchina 2 = y, con  $x, y \in \mathbb{R}^+$ .

La soluzione del problema è dato dal seguente sistema lineare:  $\begin{cases} 10x + 7y = 191 \\ x + y = 23 \end{cases}$

$$\begin{cases} x = 23 - y \\ 10 \cdot (23 - y) + 7y = 191 \\ 230 - 10y + 7y = 191 \\ -3y = -39 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 13 \\ x = 23 - 13 = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 10^h \\ t_2 = 13^h \end{cases}$$

$$\text{N}^\circ \text{ pezzi macchina 1} = v_1 \cdot t_1 = 10 \frac{\text{pezzi}}{h} \cdot 10 h = 100 \text{ pezzi.}$$

$$\text{N}^\circ \text{ pezzi macchina 2} = v_2 \cdot t_2 = 7 \frac{\text{pezzi}}{h} \cdot 13 h = 91 \text{ pezzi.}$$

Pertanto la macchina 1 ha prodotto 100 pezzi e la macchina 2 ha prodotto 91 pezzi.