Classe *2A Liceo Scientifico* *5 dicembre 2020*

Prova di Matematica : Radicali

1. Vero o falso

1	$\sqrt[3]{-5} = -\sqrt[3]{5}$	V	F	**2**	$\sqrt{-5}\cdot\sqrt{-5} = -5$	V	F
3	$\sqrt{a^2+4} = \lvert a\rvert + 2$	V	F	**4**	$\sqrt[3]{-2} + \sqrt[3]{2} = 0$	V	F
5	$\sqrt{50}+\sqrt{50} = \sqrt{100}$	V	F	**6**	$\sqrt[5]{a^{26}b^{24}} = a^5b^4\sqrt[5]{ab^4}$	V	F
7	$\sqrt{(x+2)^6} = (x+2)^3$	V	F	**8**	$\sqrt[8]{(-2)^8} = -2$	V	F
9	$\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$	V	F	**10**	$\sqrt[2]{x^2-8x+16} = \lvert x-4\rvert$	V	F
11	$\sqrt{3}\cdot\sqrt{5} = \sqrt{15}$	V	F	**12**	$\sqrt{27}:\sqrt{3} = 3$	V	F
13	$\sqrt[3]{5} > \sqrt[2]{3}$	V	F	**14**	$\sqrt{3+2\sqrt{2}} = 1+\sqrt{2}$	V	F

2. Semplifica le seguenti espressioni:

$\sqrt[9]{-8}$ $\qquad \sqrt[4]{\left(1-\sqrt{7}\right)^2}$ $\qquad \sqrt[2]{4a^2+12a+9}$

$$\sqrt{\frac{\left(1-\sqrt{7}\right)^2}{9}} + \left(1-\sqrt{2}\right)\sqrt{3+2\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{\left(7-\sqrt{7}\right)^2}{9}}$$

3. Trasporta fuori dal segno di radice tutti i fattori possibili, dopo aver determinato le condizioni di esistenza:

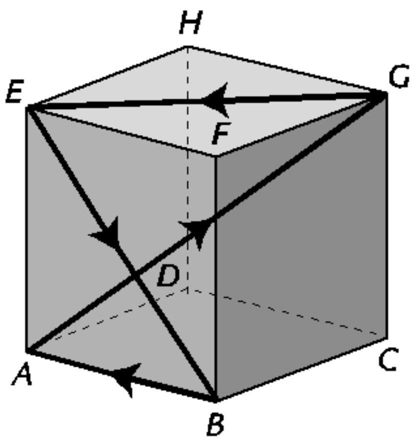
$\sqrt[2]{200x^3y^4}$ $\qquad \sqrt[4]{16x^9}$

$\sqrt{x^7+4x^6+4x^5}$ $\qquad \sqrt{x^9-6x^8+9x^7}$

4. Risolvi la seguente disequazione:

$\frac{x}{\sqrt{2}-1} - \frac{x-1}{2-\sqrt{2}} \geq 1$;

5. Il cubo in figura ha lo spigolo lungo $\sqrt{3}$. Il cammino evidenziato è maggiore di 9,5 ? Rispondi alla domanda senza usare la calcolatrice.



Soluzione

1. Vero o falso

1	$\sqrt[3]{-5} = -\sqrt[3]{5}$	V
3	$\sqrt{a^2+4} = \lvert a\rvert + 2$	F
5	$\sqrt{50}+\sqrt{50} = \sqrt{100}$	F
7	$\sqrt{(x+2)^6} = (x+2)^3$	F
9	$\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$	V
11	$\sqrt{3}\cdot\sqrt{5} = \sqrt{15}$	V
13	$\sqrt[3]{5} > \sqrt[2]{3}$	F

2	$\sqrt{-5}\cdot\sqrt{-5} = -5$	F
4	$\sqrt[3]{-2}+\sqrt[3]{2} = 0$	V
6	$\sqrt[5]{a^{26}b^{24}} = a^5b^4\,\sqrt[5]{ab^4}$	V
8	$\sqrt[8]{(-2)^8} = -2$	F
10	$\sqrt[2]{x^2-8x+16} = \lvert x-4\rvert$	V
12	$\sqrt{27} : \sqrt{3} = 3$	V
14	$\sqrt{3+2\sqrt{2}} = 1+\sqrt{2}$	V

2. Semplifica le seguenti espressioni:

$$\sqrt[9]{-8} = -\sqrt[9]{2^3} = -\sqrt[3]{2}$$

$$\sqrt[4]{\left(1-\sqrt{7}\right)^2} = \sqrt[2]{\left|1-\sqrt{7}\right|} = \sqrt[2]{-\left(1-\sqrt{7}\right)} = \sqrt[2]{\sqrt{7}-1}$$

$$\sqrt[2]{4a^2+12a+9} = \sqrt[2]{(2a+3)^2} = |2a+3| = \begin{cases} +(2a+3) & \text{se } a \geq -\dfrac{3}{2} \\ -(2a+3) & \text{se } a < -\dfrac{3}{2} \end{cases}$$

$$\sqrt{\frac{\left(1-\sqrt{7}\right)^2}{9}} + \left(1-\sqrt{2}\right)\sqrt{3+2\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{\left(7-\sqrt{7}\right)^2}{9}} =$$

$$= \frac{\sqrt{\left(1-\sqrt{7}\right)^2}}{\sqrt{9}} + \left(1-\sqrt{2}\right)\sqrt{1+2+2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{\left(7-\sqrt{7}\right)^2}}{\sqrt{9}} =$$

$$= \frac{\left|1-\sqrt{7}\right|}{3} + \left(1-\sqrt{2}\right)\sqrt{\left(1+\sqrt{2}\right)^2} + \frac{\left|7-\sqrt{7}\right|}{3} =$$

$$= \frac{-\left(1-\sqrt{7}\right)}{3} + \left(1-\sqrt{2}\right)\sqrt{\left(1+\sqrt{2}\right)^2} + \frac{+\left(7-\sqrt{7}\right)}{3} =$$

$$= \frac{-1+\sqrt{7}}{3} + \left(1-\sqrt{2}\right)\left(1+\sqrt{2}\right) + \frac{7-\sqrt{7}}{3} =$$

$$= \frac{-1+\sqrt{7}}{3} + (1-2) + \frac{7-\sqrt{7}}{3} =$$

$$= \frac{-1+\sqrt{7}}{3} - 1 + \frac{7-\sqrt{7}}{3} =$$

$$= \frac{-1+\sqrt{7}-3+7-\sqrt{7}}{3} =$$

$$= \frac{3}{3} = 1\,.$$

3. Trasporta fuori dal segno di radice tutti i fattori possibili, dopo aver determinato le condizioni di esistenza:

$\sqrt[2]{200x^3y^4} = \sqrt[2]{100}\cdot\sqrt[2]{2}\cdot\sqrt[2]{x^2}\cdot\sqrt[2]{x}\cdot\sqrt[2]{y^4} = 10xy^2\sqrt{2x}$ $\quad C.E.: \; x \geq 0$

$\sqrt[4]{16x^9} = \sqrt[4]{2^4}\cdot\sqrt[4]{x^8}\cdot\sqrt[4]{x} = 2x^2\cdot\sqrt[4]{x}$ $\quad C.E.: \; x \geq 0$

$\sqrt{x^7+4x^6+4x^5} = \sqrt{x^5(x^2+4x+4)} = \sqrt{x^5(x+2)^2} =$ $\quad C.E.: \; x \geq 0 \;\vee\; x = -2$

$$= \begin{cases} 0 & se\ x = -2 \\ x^2\cdot(x+2)\sqrt{x} & se\ x \geq 0 \end{cases}$$

$\sqrt{x^9-6x^8+9x^7} = \sqrt{x^7(x^2-6x+9)} = \sqrt{x^7(x-3)^2} = x^3\cdot|x-3|\sqrt{x}$ $\quad C.E.: \; x \geq 0$

4. Risolvi la seguente disequazione:

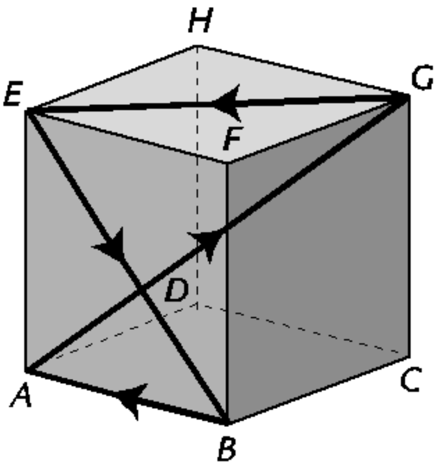
$\dfrac{x}{\sqrt{2}-1} - \dfrac{x-1}{2-\sqrt{2}} \geq 1\,;$

$\dfrac{x}{\sqrt{2}-1}\cdot\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} - \dfrac{x-1}{2-\sqrt{2}}\cdot\dfrac{2+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} \geq 1\,;$ $\quad \dfrac{(\sqrt{2}+1)\cdot x}{2-1} - \dfrac{(x-1)(2+\sqrt{2})}{4-2} \geq 1\,;$

$\sqrt{2}x + x - \dfrac{2x+\sqrt{2}\,x-2-\sqrt{2}}{2} \geq 1\,;$ $\quad 2\cdot(\sqrt{2}x+x) - (2x+\sqrt{2}\,x-2-\sqrt{2}) \geq 2\,;$

$2\sqrt{2}x + 2x - 2x - \sqrt{2}x + 2 + \sqrt{2} \geq 2\,;$ $\quad \sqrt{2}x \geq -\sqrt{2}\,;$ $\quad x \geq -1\,.$

5. Il cubo in figura ha lo spigolo lungo $\sqrt{3}$. Il cammino evidenziato è maggiore di 9,5? Rispondi alla domanda senza usare la calcolatrice.



Soluzione

$\overline{AE} = \overline{AB} = \sqrt{3}$

$\overline{BE} = \sqrt{\overline{AB}^{\,2}+\overline{AE}^{\,2}} = \sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2+\left(\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{3+3} = \sqrt{6}\,.$

$\overline{EG} = \overline{BE} = \sqrt{6}\,.$

$\overline{AG} = \sqrt{\overline{AE}^{\,2}+\overline{EG}^{\,2}} = \sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2+\left(\sqrt{6}\right)^2} = \sqrt{3+6} = \sqrt{9} = 3\,.$

$\overline{AG}+\overline{EG}+\overline{BE}+\overline{AB} = 3+\sqrt{6}+\sqrt{6}+\sqrt{3} = \mathbf{3+\sqrt{3}+2\sqrt{6}}\,.$

$\mathbf{3+\sqrt{3}+2\sqrt{6}} > 9{,}5$ **?**

$3+\sqrt{3}+2\sqrt{6} > \dfrac{19}{2}\,;$

$6+2\sqrt{3}+4\sqrt{6} > 19\,;$

$2\sqrt{3}+4\sqrt{6} > 13\,;$

Essendo i due membri entrambi positivi, elevandoli al quadrato il verso della disuguaglianza non cambia:

$\left(2\sqrt{3}+4\sqrt{6}\right)^2 > (13)^2\,;$

$12+96+16\sqrt{18} > 169\,;$

$16\cdot\sqrt{9}\cdot\sqrt{2} > 169-12-96\,;$

$48\sqrt{2} > 61\,;$

Essendo i due membri entrambi positivi, elevandoli al quadrato il verso della disuguaglianza non cambia:

$\left(48\sqrt{2}\right)^2 > 61^2\,;$

$4608 > 3721\,.$ *Disuguaglianza vera.*