Liceo Scientifico "G. Galilei" Trebisacce
Anno Scolastico 2019-2020
Classe *2A Liceo Scientifico* *8 febbraio 2020*
Prova di Matematica : Radicali

1. Semplifica i seguenti radicali, dopo aver determinato le condizioni di esistenza:

$\sqrt[9]{-8}$ $\sqrt[4]{x^4}$ $\sqrt[12]{\left(2-\sqrt{5}\right)^6}$

$\sqrt[8]{(-2)^8}$ $\sqrt[2]{9a^2+6a+1}$ $\sqrt{4a^4+12a^2+9}$

2. Semplifica le seguenti espressioni contenente radicali:

$$\frac{8-\sqrt{128}+\sqrt{32}}{\sqrt{2}-1}\cdot\left(8+4\sqrt{2}\right)$$

$$\frac{\left(\sqrt[2]{\sqrt{7}}\right)^2+\sqrt[2]{\left(\sqrt{7}-3\right)^2}}{\left(\sqrt{7}-2\right)\cdot\left(\sqrt{7}+2\right)}$$

3. Trasporta fuori dal segno di radice, dopo aver determinato le condizioni di esistenza:

$\sqrt[6]{3x^6}$ $\sqrt[4]{x^9}$ $\sqrt{a^7-4a^6+4a^5}$

4. Risolvi la seguente disequazione: $\left(\sqrt{3}-x\right)\left(2-\sqrt{3}\right)>\left(1-\sqrt{3}\right)\left(1+\sqrt{3}\right)$

5. Traccia il grafico della funzione: $y=\sqrt{x^2+9-6x}-\frac{1}{2}x$

Soluzione

1. Semplifica i seguenti radicali, dopo aver determinato le condizioni di esistenza:

$\sqrt[9]{-8} = -\sqrt[9]{2^3} = -\sqrt[3]{2}$

$\sqrt[8]{(-2)^8} = |-2| = -(-2) = 2$

$\sqrt[4]{x^4} = |x| = \begin{cases} +x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases}$

$\sqrt[12]{\left(2-\sqrt{5}\right)^6} = \sqrt[2]{\left|2-\sqrt{5}\right|} = \sqrt[2]{-\left(2-\sqrt{5}\right)} = \sqrt[2]{\sqrt{5}-2}$

$\sqrt[2]{9a^2+6a+1} = \sqrt[2]{(3a+1)^2} = |3a+1| = \begin{cases} +(3a-1) & \text{se } a \geq -\dfrac{1}{3} \\ -(3a-1) & \text{se } a < -\dfrac{1}{3} \end{cases}$

$\sqrt{4a^4+12a^2+9} = \sqrt{(2a^2+3)^2} = 2a^2+3$

2. Semplifica le seguenti espressioni:

$$\frac{8-\sqrt{128}+\sqrt{32}}{\sqrt{2}-1}\cdot\left(8+4\sqrt{2}\right) =$$

$$= \frac{8-\sqrt{64}\cdot\sqrt{2}+\sqrt{16}\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}\cdot\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1}\cdot\left(8+4\sqrt{2}\right) =$$

$$= \frac{\left(8-8\sqrt{2}+4\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{2}+1\right)}{2-1}\cdot\left(8+4\sqrt{2}\right) =$$

$$= \left(8-4\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{2}+1\right)\cdot\left(8+4\sqrt{2}\right) =$$

$$= (64-32)\cdot\left(\sqrt{2}+1\right) =$$

$$= 32\sqrt{2}+32\,.$$

$$\frac{\left(\sqrt[2]{\sqrt{7}}\right)^2+\sqrt[2]{\left(\sqrt{7}-3\right)^2}}{\left(\sqrt{7}-2\right)\cdot\left(\sqrt{7}+2\right)}$$

Occorre fare attenzione a: $\sqrt[2]{\left(\sqrt{7}-3\right)^2} = \left|\sqrt{7}-3\right| = -\left(\sqrt{7}-3\right) = 3-\sqrt{7}$ *perchè* $\sqrt{2}-2<0$

$$\frac{\left(\sqrt[2]{\sqrt{7}}\right)^2+\sqrt[2]{\left(\sqrt{7}-3\right)^2}}{\left(\sqrt{7}-2\right)\cdot\left(\sqrt{7}+2\right)} = \frac{\sqrt{7}+\left(3-\sqrt{7}\right)}{7-4} = \frac{3}{3} = 1\,.$$

3. Trasporta fuori dal segno di radice, dopo aver determinato le condizioni di esistenza:

$\sqrt[6]{3x^6} = \sqrt[6]{3}\cdot\sqrt[6]{x^6} = |x|\sqrt[6]{3}$

$\sqrt[4]{x^9} = \sqrt[4]{x^8}\cdot\sqrt[4]{x} = x^2\cdot\sqrt[4]{x}$ *con C.E.:* $x \geq 0$.

$\sqrt{a^7-4a^6+4a^5} = \sqrt{a^5(a^2-4a+4)} = \sqrt{a^5(a-2)^2} = a^2\cdot|a-2|\sqrt{a}$ *con* $a \geq 0$.

4. Risolvi la seguente disequazione:

$\left(\sqrt{3}-x\right)\left(2-\sqrt{3}\right) > \left(1-\sqrt{3}\right)\left(1+\sqrt{3}\right)$;

$2\sqrt{3}-3-2x+\sqrt{3}x > 1-3$;

$\left(\sqrt{3}-2\right)x > 1-2\sqrt{3}$; *Essendo* $\sqrt{3}-2<0$ *si ha:*

$-\left(\sqrt{3}-2\right)x < -\left(1-2\sqrt{3}\right)$;

$$x < \frac{-\left(1-2\sqrt{3}\right)}{-\left(\sqrt{3}-2\right)}$$

$$x < \frac{1-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-2}; \qquad x < \frac{1-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-2}\cdot\frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}+2} = \frac{\sqrt{3}+2-6-4\sqrt{3}}{3-4} = \frac{-4-3\sqrt{3}}{-1} = 4+3\sqrt{3};$$

$x < 4+3\sqrt{3}$.

5. Traccia il grafico della funzione: $y=\sqrt{x^2+9-6x}-\frac{1}{2}x$

$$y=\sqrt{x^2+9-6x}-\frac{1}{2}x=\sqrt{(x-3)^2}-\frac{1}{2}x=|x-3|-\frac{1}{2}x=\begin{cases}+(x-3)-\frac{1}{2}x & se\ x-3\geq 0\\ -(x-3)-\frac{1}{2}x & se\ x-3<0\end{cases}$$

$$y=\begin{cases}+\frac{1}{2}x-3 & se\ x\geq 3\\ -\frac{3}{2}x+3 & se\ x<3\end{cases}$$