1. Completa la seguente tabella

Polinomio	Grado	Grado rispetto a x	Termine noto	Completo rispetto a x	Completo rispetto a y	Omogeneo
$3x^3y-4x^2y^2-1$				SI NO	SI NO	SI NO

2. Completa le seguenti uguaglianze:	$+4a^2b^2+\ .\ .\ .\ -\ .\ .\ .\ =\ (.\ .\ .\ -3a^2b)^2$
	$8x^6-\ .\ .\ .\ +\ .\ .\ .\ -\ .\ .\ .\ =\ (.\ .\ .\ -3y)^3$

3. Semplifica le seguenti espressioni:	$\left\{(-3x^2yz):\left[2x^2+\frac{1}{4}(-x)^2+\frac{1}{3}x^2\right]\right\}\cdot 31+36yz$
	$(x^2+x+1)^2-(x+1)^2-(x-1)(x+1)(x^2+1)-2(x-1)^3-3$

4. Determina quoziente e resto delle seguenti divisioni ed effettua la verifica.

$(9x^4-15x^3+18x^2-8x+3):(-2x+3x^2)$

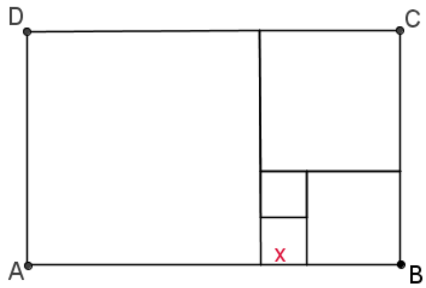
$(4x^3-2x^2-6):(2x+4)$

5. Dimostra che la differenza dei quadrati di due numeri naturali consecutivi è uguale alla somma dei numeri stessi.

6. Il rettangolo ABCD rappresentato in figura è stato suddiviso in cinque quadrati. La misura, in centimetri, del lato dei due quadrati più piccoli è *x*.

a. Esprimi in funzione di *x* il perimetro e l'area del rettangolo ABCD.

b. Se la misura del lato dei due quadrati più piccoli viene dimezzata, come variano il perimetro e l'area del rettangolo ABCD?



Soluzione

1. Completa la seguente tabella.

Polinomio	Grado	Grado rispetto a x	Termine noto	Completo rispetto a x	Completo rispetto a y	Omogeneo
$3x^3y - 4x^2y^2 - 1$	4	3	-1	NO	SI	NO

2. Completa le seguenti uguaglianze:

$$9a^4b^2 + 4a^2b^2 - 12a^3b^2 = (\,2ab - 3a^2b)^2$$

$$8x^6 - 36x^4y + 54x^2y^2 - 27y^3 = (2x^2 - 3y)^3$$

3. Semplifica le seguenti espressioni:

$$\left\{(-3x^2yz) : \left[2x^2 + \frac{1}{4}(-x)^2 + \frac{1}{3}x^2\right]\right\} \cdot 31 + 36yz =$$

$$= \left\{(-3x^2yz) : \left[2x^2 + \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}x^2\right]\right\} \cdot 31 + 36yz =$$

$$= \left\{(-3x^2yz) : \left[\frac{24+3+4}{12}x^2\right]\right\} \cdot 31 + 36yz =$$

$$= \left\{(-3x^2yz) : \frac{31}{12}x^2\right\} \cdot 31 + 36yz =$$

$$= -\frac{36}{31}yz \cdot 31 + 36yz =$$

$$= -36yz + 36yz = 0$$

$$(x^2+x+1)^2 - (x+1)^2 - (x-1)(x+1)(x^2+1) - 2(x-1)^3 - 3 =$$

$$= x^4 + x^2 + 1 + 2x^3 + 2x^2 + 2x - x^2 - 1 - 2x - (x^2-1)(x^2+1) - 2(x^3 - 1 - 3x^2 + 3x) - 3 =$$

$$= x^4 + 2x^3 + 2x^2 - (x^4 - 1) - 2x^3 + 2 + 6x^2 - 6x - 3 =$$

$$= x^4 + 2x^2 - x^4 + 1 + 2 + 6x^2 - 6x - 3 =$$

$$= 8x^2 - 6x\,.$$

4. Determina quoziente e resto della divisione: $\left(9x^4 - 15x^3 + 18x^2 - 8x + 3\right) : \left(-2x + 3x^2\right)$ ed effettua la verifica.

$$\begin{array}{rrrrr|l}
9x^4 & -15x^3 & +18x^2 & -8x & +3 & 3x^2 - 2x \\ \cline{6-6}
-9x^4 & +6x^3 & & & & 3x^2 - 3x + 4 \\ \cline{1-5}
= & -9x^3 & & & & \\
 & +9x^3 & -6x^2 & & & \\ \cline{2-5}
 & = & +12x^2 & & & \\
 & & -12x^2 & +8x & & \\ \cline{3-5}
 & & = & = & +3 &
\end{array}$$

$Q(x) = 3x^2 - 3x + 4 \qquad R(x) = 3$

<u>*Verifica*</u>

$$Quoziente \cdot Divisore + Resto \;=\; Dividendo$$

$$(3x^2 - 3x + 4) \cdot (3x^2 - 2x) + 3 \;=$$

$$=\; 9x^4 - 9x^3 + 12x^2 - 6x^3 + 6x^2 - 8x + 3 \;=$$

$$=\; 9x^4 - 15x^3 + 18x^2 - 8x + 3\,.$$

$(4x^3 - 2x^2 - 6) : (2x + 4)$

Dividendo tutti i termini per 2 si ha: $(2x^3 - x^2 - 3) : (x + 2)$

Applicando la regola di Ruffini si ha:

	2	-1	0	-3
-2		-4	$+10$	-20
	2	-5	$+10$	-23

$Q = 2x^2 - 5x + 10 \qquad R = -23 \cdot 2 = -46$

Verifica

$Quoziente \cdot Divisore + Resto = Dividendo$

$(2x^2 - 5x + 10) \cdot (2x + 4) - 46 =$

$= 4x^3 - 10x^2 + 20x + 8x^2 - 20x + 40 - 46 =$

$= 4x^3 - 2x^2 - 6\,.$

5. Dimostra che la differenza dei quadrati di due numeri naturali consecutivi è uguale alla somma dei numeri stessi.

Soluzione

Poniamo: $1°\ Numero = x$ *e il suo consecutivo* $= x + 1$, *con* $x \in N$.

Si ottiene:

$(x+1)^2 - x^2 = (x+1) + x$;

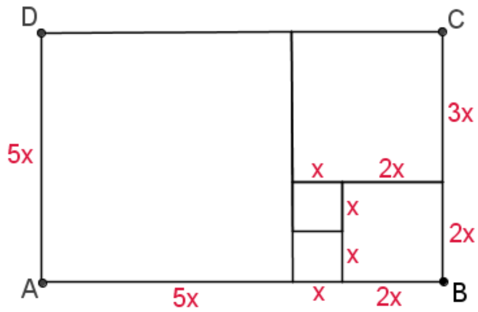
$x^2 + 1 + 2x - x^2 = x + 1 + x$;

$2x + 1 = 2x + 1$; $\qquad c.v.d.$

6. Il rettangolo ABCD rappresentato in figura è stato suddiviso in cinque quadrati. La misura, in centimetri, del lato dei due quadrati più piccoli è x.

a. Esprimi in funzione di x il perimetro e l'area del rettangolo ABCD.

b. Se la misura del lato dei due quadrati più piccoli viene dimezzata, come variano il perimetro e l'area del rettangolo ABCD?



Soluzione a

Dall'esame della figura si ottiene: $\overline{AB} = 8x$ *e* $\overline{AB} = 5x$.

Pertanto: $p_{ABCD} = 2 \cdot (\overline{AB} + \overline{AD}) = 2 \cdot (8x + 5x) = 26x$. $\qquad S_{ABCD} = \overline{AB} \cdot \overline{AD} = 8x \cdot 5x = 40x^2$.

Soluzione B

Se $\overline{AB} = 4x$ *e* $\overline{AB} = \frac{5}{2}x$ *si ha:*

$p_{ABCD} = 2 \cdot (\overline{AB} + \overline{AD}) = 2 \cdot \left(4x + \frac{5}{2}x\right) = 13x$. $\qquad S_{ABCD} = \overline{AB} \cdot \overline{AD} = 4x \cdot \frac{5}{2}x = 10x^2$.

Se la misura del lato dei due quadrati più piccoli viene dimezzata il perimetro si dimezza e l'area del rettangolo diventa la quarta parte.