

1. Completa le seguenti proprietà delle operazioni con gli insiemi:

PROPRIETÀ	IDEMPOTENZA	DE MORGAN	COMPLEMENTARIETÀ	ASSORBIMENTO
	$A \cup A =$	$\overline{A \cup B} =$	$A \cup \bar{A} =$	$A \cup (A \cap B) =$
	$A \cap A =$	$\overline{A \cap B} =$	$A \cap \bar{A} =$	$A \cap (A \cup B) =$

2. Disegna il "diagramma di Eulero-Venn" degli insiemi:

$$A = \{x / x \text{ è una lettera della parola " fede" }\}$$

$$B = \{x / x \text{ è una lettera della parola " patto" }\}$$

$$C = \{x / x \text{ è una lettera della parola " tavolo" }\}$$

$$D = \{x / x \text{ è una lettera della parola " topo" }\}$$

$$E = \{x / x \text{ è una lettera della parola " tappo" }\}$$

Uguali	Disgiunti	Sottoinsieme	Equipotenti

3. Rappresenta tramite un unico "diagramma di Eulero-Venn" i seguenti insiemi:

$$U = \{x \in \mathbb{N} / 1 \leq x < 13\}$$

$$A = \{x \in \mathbb{N} / x = 2n \quad \wedge \quad 0 < n \leq 6 \quad \wedge \quad n \in \mathbb{N}\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ è un divisore del } 6\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} / x = 3n \quad \wedge \quad 1 \leq n < 5 \quad \wedge \quad n \in \mathbb{N}\}$$

Determina:  $B \triangle C$        $A - (B \cap C)$        $\overline{A \cap B \cup C}$

4. In una città vi sono 60 alberghi di cui la metà non hanno né piscina né campi da tennis, 18 hanno il campo da tennis e 4 di questi anche la piscina. Quanti alberghi hanno la piscina? Quanti alberghi hanno solo la piscina?

5. La classe LS 1A è costituita da 21 studenti. Nel mese di dicembre devono completare le interrogazioni in Italiano, Matematica e Fisica. 13 dovranno essere interrogati in Italiano; 7 studenti dovranno essere interrogati sia in Italiano e sia in Matematica ma non in Fisica; tutti quelli che dovranno essere interrogati in Fisica dovranno essere interrogati anche Italiano e Matematica; 2 studenti dovranno essere interrogati in tutte e tre le discipline; 3 hanno completato le interrogazioni. Determina quanti studenti dovranno essere interrogati solo in Italiano e quanti solo in Matematica.

## Soluzione

1. Enuncia le proprietà delle operazioni con gli insiemi:

PROPRIETÀ	UNIONE	INTERSEZIONE
Idempotenza	$A \cup A = A$	$A \cap A = A$
De Morgan	$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$	$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$
Complementarietà	$A \cup \overline{A} = U$	$A \cap \overline{A} = \emptyset$
Assorbimento	$A \cup (A \cap B) = A$	$A \cap (A \cup B) = A$

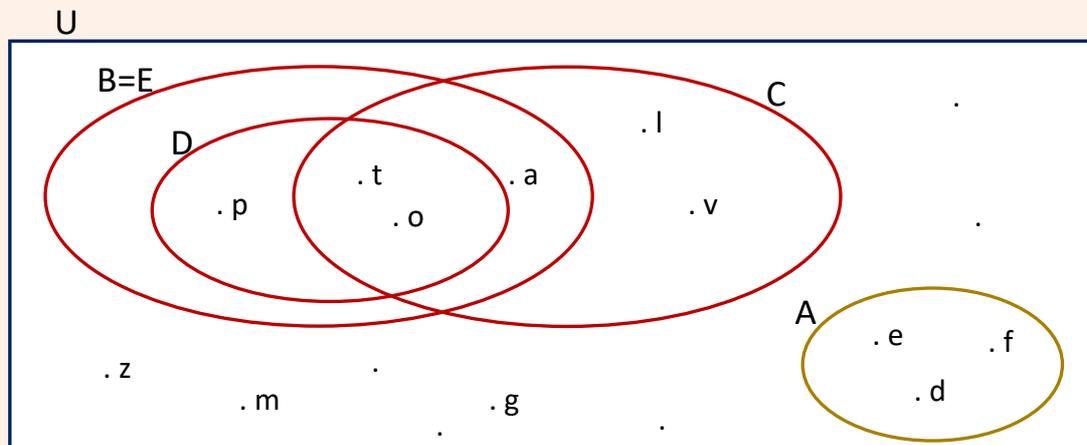
2. Disegna il "diagramma di Eulero-Venn" degli insiemi:

- $A = \{x / x \text{ è una lettera della parola " fede" }\}$   
 $B = \{x / x \text{ è una lettera della parola " patto" }\}$   
 $C = \{x / x \text{ è una lettera della parola " tavolo" }\}$   
 $D = \{x / x \text{ è una lettera della parola " topo" }\}$   
 $E = \{x / x \text{ è una lettera della parola " tappo" }\}$

Uguali	Disgiunti	Sottoinsieme	Equipotenti
$B = E$	$A \cap B = \emptyset$ $A \cap C = \emptyset$ $A \cap D = \emptyset$ $A \cap E = \emptyset$	$D \subset B$ $D \subset E$	$ A  =  D $ $ B  =  E $

Soluzione

$$A = \{e, d, f\} \quad B = \{a, o, p, t\} \quad C = \{a, l, o, t, v\} \quad D = \{o, p, t\} \quad E = \{a, o, p, t\}$$



3. Rappresenta tramite un unico "diagramma di Eulero-Venn" i seguenti insiemi:

$$U = \{x \in \mathbb{N} / 1 \leq x < 13\} \quad A = \{x \in \mathbb{N} / x = 2n \wedge 0 < n \leq 6 \wedge n \in \mathbb{N}\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ è un divisore del } 6\} \quad C = \{x \in \mathbb{N} / x = 3n \wedge 1 \leq n < 5 \wedge n \in \mathbb{N}\}$$

Determina:  $B \triangle C$      $A - (B \cap C)$      $\overline{A \cap \overline{B} \cup C}$

Soluzione

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 6\}$$

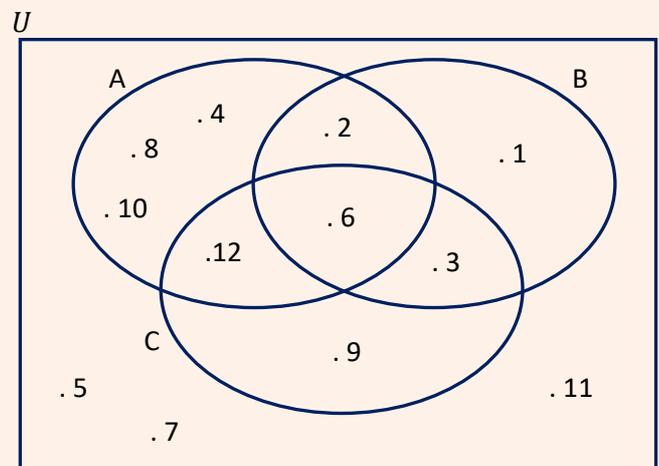
$$C = \{3, 6, 9, 12\}$$

$$B \triangle C = \{1, 2, 9, 12\}$$

$$A - (B \cap C) = A - \{3, 6\} = \{2, 4, 8, 10, 12\}$$

$$\overline{A \cap \overline{B} \cup C} = \overline{A \cap \{4, 5, 7, 8, 10, 11\}} =$$

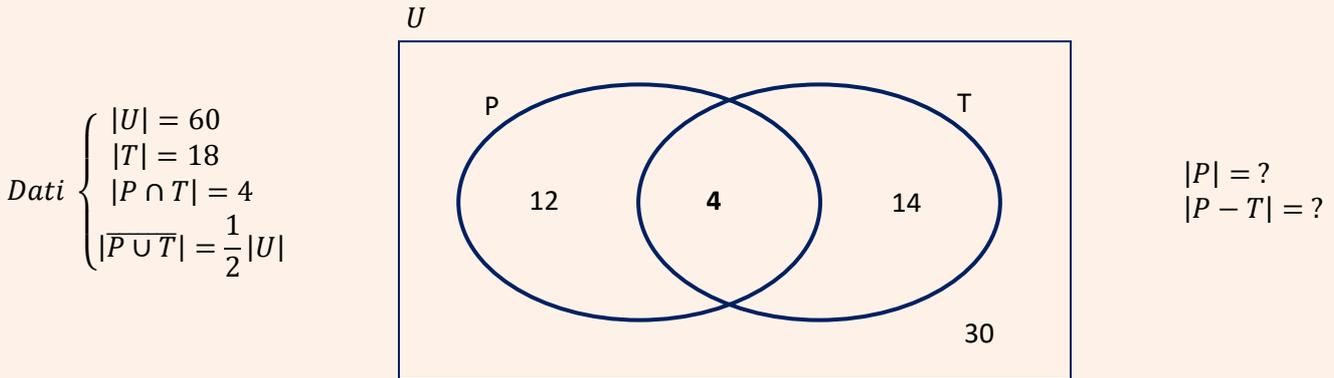
$$= \overline{\{4, 8, 10\}} = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 11, 12\}$$



4. In una città vi sono 60 alberghi di cui la metà non hanno né piscina né campi da tennis, 18 hanno il campo da tennis e 4 di questi anche la piscina. Quanti alberghi hanno la piscina? Quanti alberghi hanno solo la piscina?

Soluzione

Il problema può essere risolto ricorrendo alla rappresentazione tramite diagramma di Eulero-Venn degli insiemi. Indichiamo con  $U$  l'insieme di tutti gli alberghi della città, con  $P$  l'insieme degli alberghi che hanno la piscina e con  $T$  l'insieme degli alberghi che hanno i campi da tennis. La rappresentazione è la seguente:



$$|\overline{P \cup T}| = \frac{1}{2}|U| = \frac{1}{2} \cdot 60 = 30.$$

$$|T - P| = |T| - |P \cap T| = 18 - 4 = 14.$$

$$|P - T| = |U| - |T| - |\overline{P \cup T}| = 60 - 18 - 30 = 12.$$

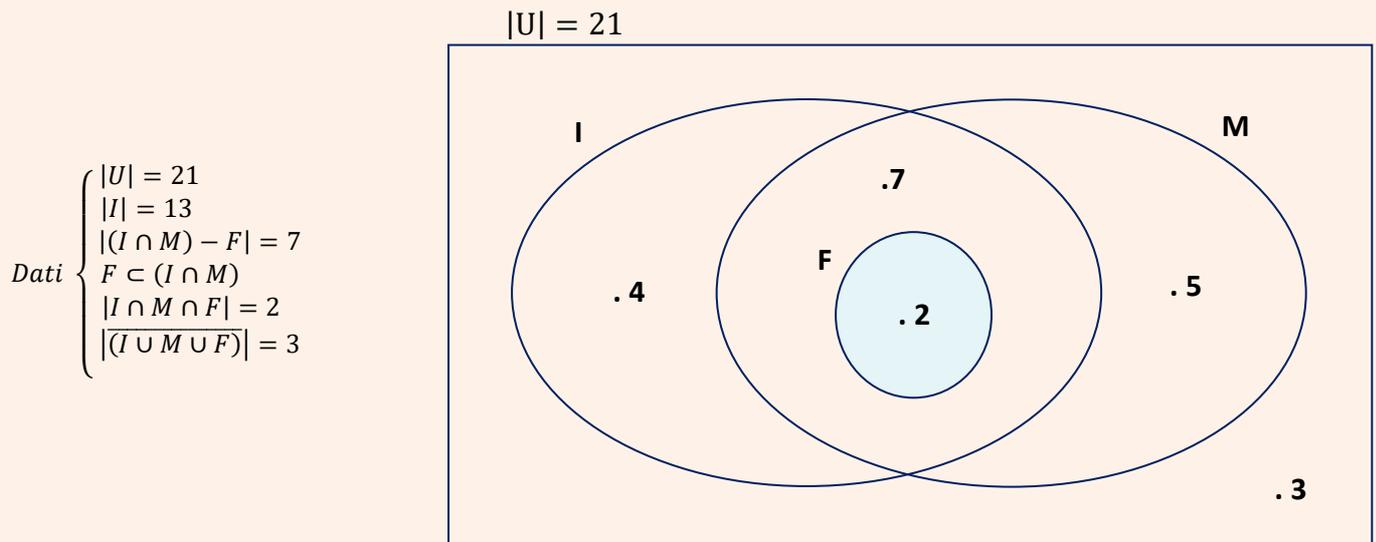
$$|P| = |P - T| + |P \cap T| = 12 + 4 = 16$$

Pertanto: 16 alberghi hanno la piscina; 12 alberghi hanno solo la piscina.

5. La classe LS 1A è costituita da 21 studenti. Nel mese di dicembre devono completare le interrogazioni in Italiano, Matematica e Fisica. 13 studenti dovranno essere interrogati in Italiano; 7 studenti dovranno essere interrogati sia in Italiano e sia in Matematica ma non in Fisica; tutti quelli che dovranno essere interrogati in Fisica dovranno essere interrogati anche Italiano e Matematica; 2 studenti dovranno essere interrogati in tutte e tre le discipline; 3 hanno completato le interrogazioni. Determina quanti studenti dovranno essere interrogati solo in Italiano e quanti solo in Matematica.

Soluzione

Il problema può essere risolto ricorrendo alla rappresentazione tramite diagramma di Eulero-Venn degli insiemi. Indichiamo con  $U$  l'insieme di tutti gli studenti, con  $I$  l'insieme degli studenti che dovranno essere interrogati in Italiano, con  $M$  quelli che dovranno essere interrogati in Matematica e con  $F$  quelli che dovranno essere interrogati in Fisica. La rappresentazione tramite diagramma di Eulero-Venn è la seguente:



$$|I - M| = |I| - |(I \cap M) - F| - |I \cap M \cap F| = 13 - 7 - 2 = 4.$$

$$|M - I| = |U| - |I| - |(I \cup M \cup F)| = 21 - 13 - 3 = 5.$$

Pertanto:

4 studenti dovranno essere interrogati solo in Italiano. 5 studenti dovranno essere interrogati solo in Matematica.