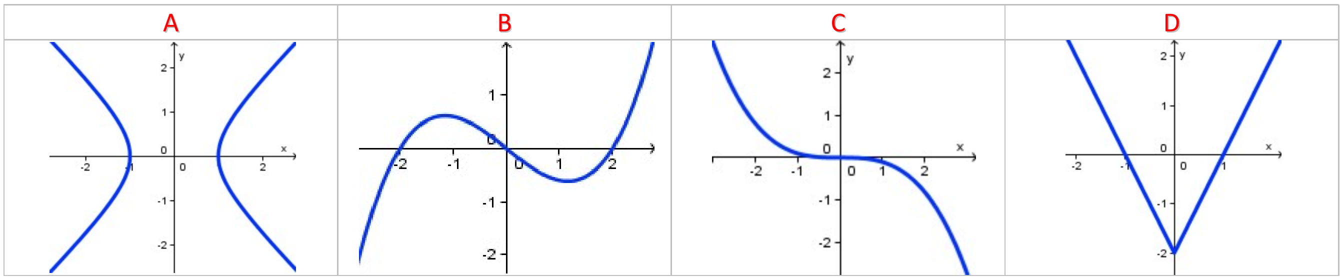
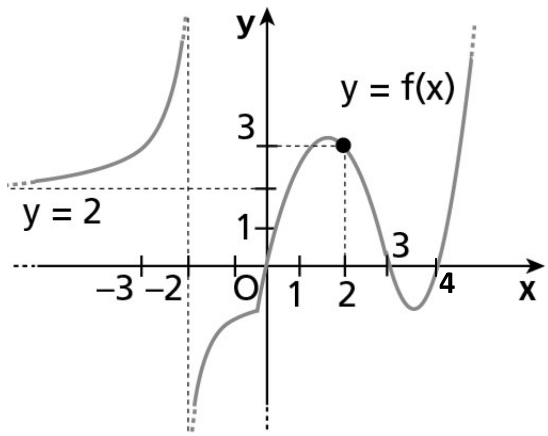
Liceo Scientifico "G. Galilei" Trebisacce
Anno Scolastico 2018-2019

Classe *3E Liceo Scientifico S. A.* *19 dicembre 2018*
Prova di Matematica : Funzioni



1. Quale, fra le curve sopra rappresentate, *non è il grafico di una funzione* ? ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D
   Quale, fra le curve sopra rappresentate, è il grafico di una funzione *biunivoca* ? ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D
   Quale, fra le curve sopra rappresentate, è il grafico di una funzione pari ? ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D
   Quale, fra le curve sopra rappresentate, è il grafico di una funzione dispari ? ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D
   Determina l'intervallo nel quale la curva D è *positiva*.
   Determina l'intervallo nel quale la curva B è *decrescente*.



2. *il dominio* Della funzione $f(x)$ rappresentata a lato determina:
   a. *il codominio*
   b. *gli zeri*
   c. *il segno di* $f(x)$
   d. $f(-2)$
   e. $f(\quad) = 3$

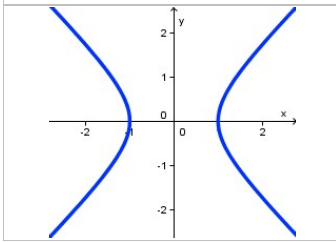
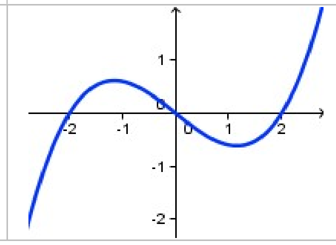
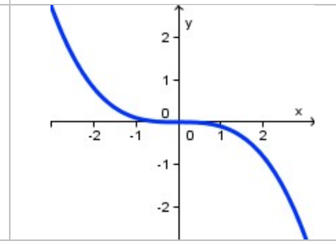
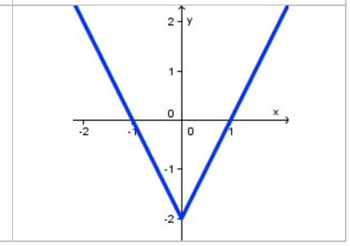
3. Determina il dominio delle seguenti funzioni:

$y = 5 - \sqrt{9 - 4|x|}$ $\qquad y = \dfrac{5 + \sqrt[3]{x^2 - 4}}{1 + x} - \sqrt{9 - 4x^2}$ $\qquad y = \dfrac{\sqrt[4]{2 + 9x}}{6x^3 + 11x^2 - 3x - 2}$

4. Determina il codominio della funzione $y = \sqrt{3x - x^2}$.

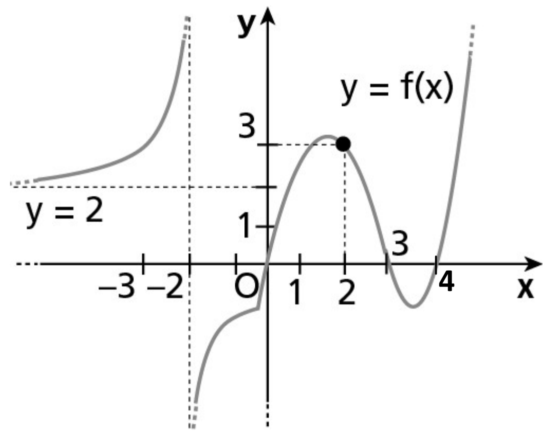
5. Data la funzione $f(x) = \frac{\sqrt{3x+9}}{x-4}$, classificala, determina il suo dominio e i punti di intersezione del grafico con gli assi, studia il segno e rappresenta nel piano cartesiano le regioni in cui si trova il suo grafico.

Soluzione

A	B	C	D
			

1. Quale, fra le curve sopra rappresentate, non è il grafico di una funzione ? X A ☐ B ☐ C ☐ D
   Quale, fra le curve sopra rappresentate, è il grafico di una funzione biunivoca ? ☐ A ☐ B X C ☐ D
   Quale, fra le curve sopra rappresentate, è il grafico di una funzione pari ? ☐ A ☐ B ☐ C X D
   Quale, fra le curve sopra rappresentate, è il grafico di una funzione dispari ? ☐ A X B X C ☐ D
   Indica l'intervallo nel quale la curva D è positiva: $]-\infty\,,-1[\ \cup\ ]1\,,+\infty[$
   Indica l'intervallo nel quale la curva B è decrescente: $]-1\ ;\ 1[$

2. Della funzione f(x) rappresentata a lato determina:



$D\colon\ x \neq -2\,;$

$C\colon\ R\,;$

$f(x) = 0: \quad x_1 = 0 \quad \wedge \quad x_2 = 3 \quad \wedge \quad x_2 = 4\ ;$

$f(x) > 0\ : \quad x < -2 \quad \vee \quad 0 < x < 3 \quad \vee \quad x > 4\,;$
$f(x) < 0\ : \quad -2 < x < 0 \quad \vee \quad 3 < x < 4\,;$

$f(-2) = \nexists\,;$

$f(x) = 3\ per\ \ x = -3 \quad \wedge \quad x = 2 \quad \wedge \quad x = 5\ .$

3. Determina il dominio delle seguenti funzioni:

$$y = 5 - \sqrt{9 - 4|x|} \qquad\qquad y = \frac{5 + \sqrt[3]{x^2 - 4}}{1 + x} - \sqrt{9 - 4x^2} \qquad\qquad y = \frac{\sqrt[4]{2 + 9x}}{6x^3 + 11x^2 - 3x - 2}$$

Soluzione 1

$y = 5 - \sqrt{9 - 4|x|}$

Risolvo: $9 - 4|x| \geq 0\,; \qquad -4|x| \geq -9\,; \qquad |x| \leq \frac{9}{4}\,; \qquad -\frac{9}{4} \leq x \leq +\frac{9}{4}$

Il dominio della funzione è $\quad D = \left[-\frac{9}{4}\ ;\ +\frac{9}{4}\right].$

Soluzione 2

$$y = \frac{5 + \sqrt[3]{x^2 - 4}}{1 + x} - \sqrt{9 - 4x^2}$$

$$\begin{cases} 1 + x \neq 0 \\ 9 - 4x^2 \geq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x \neq -1 \\ -\dfrac{3}{2} \leq x \leq +\dfrac{3}{2} \end{cases} \qquad \Rightarrow \qquad -\frac{3}{2} \leq x < -1 \quad \vee \quad -1 < x \leq +\frac{3}{2}$$

Risolvo: $9 - 4x^2 \geq 0\,; \qquad 9 - 4x^2 = 0\,; \qquad x^2 = \frac{9}{4}\,; \qquad x_{1,2} = \mp\frac{3}{2} \qquad\qquad -\frac{3}{2} \leq x \leq +\frac{3}{2}$

Il dominio della funzione è $\quad D = \left[-\frac{3}{2}\ ;\ -1\right[\ \cup\ \left]-1\ ;\ +\frac{3}{2}\right]\ .$

Soluzione 3

$$y = \frac{\sqrt[4]{2+9x}}{6x^3+11x^2-3x-2}$$

$\begin{cases} 2+9x \geq 0 \\ 6x^3+11x^2-3x-2 \neq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq -\frac{2}{9} \\ x \neq -2 \quad \wedge \quad x_2 \neq -\frac{1}{3} \quad \wedge \quad x_3 \neq \frac{1}{2} \end{cases}$

$6x^3+11x^2-3x-2 \neq 0$

$6x^3+11x^2-3x-2 = 0\,;$

Scomponendo con Ruffini si ha:

	6	11	−3	−2
−2		−12	+2	+2
	6	−1	−1	0

$(x+2)\cdot(6x^2-x-1) = 0$

$(x+2)\cdot(6x^2-x-1) = 0\,;$ $\quad x+2=0 \quad x_1=-2$; $\quad 6x^2-x-1=0 \quad x_2 = -\frac{1}{3} \quad \wedge \quad x_3 = \frac{1}{2}$

Risolvo $6x^2-x-1=0\,;$ $\quad \Delta = 1+24 = 25\,;$ $\quad y_{1,2} = \frac{1\mp 5}{12} = \begin{matrix} y_1 = \frac{1-5}{12} = -\frac{1}{3} \\ y_2 = \frac{1+5}{12} = +\frac{1}{2} \end{matrix}$

Il dominio della funzione è $\quad D = \left[-\frac{2}{9}\,, \frac{1}{2}\right[\quad \cup \quad \left]\frac{1}{2}\,, +\infty\right[$.

4. Determina il codominio della funzione $y = \sqrt{3x-x^2}$.

Soluzione

Occorre trovare l'insieme dei valori della variabile y che sono immagine di un valore x del Dominio.

Il dominio della funzione è $\quad C = [\,0\ ;\ 3\,]$.

Riscriviamo la funzione esplicitando la sua equazione rispetto alla variabile x.

$y = \sqrt{3x-x^2} \qquad \begin{cases} y \geq 0 \\ y^2 = 3x-x^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} y \geq 0 \\ x^2-3x+y^2 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} y \geq 0 \\ y = \dfrac{3 \mp \sqrt{9-4y^2}}{2} \end{cases}$

La variabile x esiste per $\begin{cases} y \geq 0 \\ 9-4y^2 \geq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} y \geq 0 \\ -\frac{3}{2} \leq y \leq +\frac{3}{2} \end{cases} \qquad \Rightarrow \qquad 0 \leq y \leq +\frac{3}{2}$

Risolvo: $9-4y^2 \geq 0\,;$ $\quad 9-4y^2 = 0\,;$ $\quad y^2 = \frac{9}{4}\,;$ $\quad y_{1,2} = \mp\frac{3}{2}$ $\qquad -\frac{3}{2} \leq y \leq +\frac{3}{2}$

Pertanto il codominio è l'insieme $C = \left[\,0\ ;\ \frac{3}{2}\,\right]$.

5. Data la funzione $f(x) = \frac{\sqrt{3x+9}}{x-4}$, classificala, determina il suo dominio e i punti di intersezione del grafico con gli assi, studia il segno e rappresenta nel piano cartesiano le regioni in cui si trova il suo grafico.

Soluzione

La funzione $f(x) = \frac{\sqrt{3x+9}}{x-4}$ *è una funzione irrazionale fratta.*

$\begin{cases} 3x+9 \geq 0 \\ x-4 \neq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x \geq -3 \\ x \neq 4 \end{cases} \qquad \Rightarrow \qquad -3 \leq x < 4 \quad \vee \quad x > 4$

Il dominio della funzione è $\quad D = \,]-3\ ;\ 4[\ \ \cup\ \ ]4\ ;\ +\infty[$.

Intersezioni con gli assi:

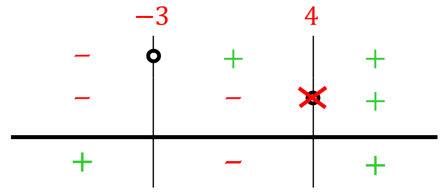
$\begin{cases} y = \dfrac{\sqrt{3x+9}}{x-4} \\ x = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} y = \dfrac{\sqrt{9}}{-4} = -\dfrac{3}{4} \\ x = 0 \end{cases} \qquad \Rightarrow \qquad A\left(0\ ;\ -\frac{3}{4}\right)$.

$\begin{cases} y = \dfrac{\sqrt{3x+9}}{x-4} \\ y = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 0 = \dfrac{\sqrt{3x+9}}{x-4} \\ y = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \sqrt{3x+9} = 0 \\ y = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 3x+9 = 0 \\ y = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = -3 \\ y = 0 \end{cases} \qquad \Rightarrow \qquad B\,(-3\ ;\ 0)$.

Segno della funzione:

$$f(x) > 0 : \quad \frac{\sqrt{3x+9}}{x-4} > 0\,;$$

$$\begin{array}{c|c} \sqrt{3x+9} > 0 & x > -3 \\ x - 4 > 0 & x > 4 \end{array}$$



Considerando il dominio della funzione, si ha:

$f(x) > 0 : \qquad x > 4$

$f(x) < 0 : \qquad -3 < x < 4$

Le regioni in cui si trova il grafico sono sotto rappresentate: