

1. Completa la seguente tabella

Polinomio	Grado	Grado rispetto a a	Termine noto	Completo rispetto a a	Completo rispetto a b	Omogeneo
$a^3b + 3a^2b^2 - ab^4 + 2$						

2. Completa le seguenti uguaglianze:	$x^4y^6 + \dots - \dots = (\dots - 3)^2$	$8 - \dots + \dots - \dots = (\dots - b^2)^3$
--------------------------------------	--	---

3. Sviluppa i seguenti prodotti notevoli:

$$(a^2 - 3b + 2c^3)^2 \quad (5a - 3b^2)^3 \quad \left(3x - \frac{4}{3}y^2\right)^2 \quad (a^2 - 3b)^4$$

4. Semplifica la seguente espressione:

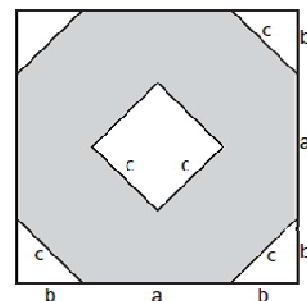
$$(a + b^2)^3 - b^4 \cdot \left[3 \cdot \left(a - \frac{1}{2}\right) + (b + 1) \cdot (b - 1) \right] - \frac{3}{2} \cdot (a^2 + b^2)^2$$

5. Determina quoziente e resto della divisione: $(6x^4 - x + 13x^2 + 5) : (1 + 2x^2)$ ed effettua la verifica.

6. Esegui la divisione applicando la regola di Ruffini.

$$(6a^4 - 5a^3 - 23a^2 + 20a - 4) : (3a - 1)$$

7. Esprimi mediante un polinomio ridotto a forma normale il perimetro e l'area della zona evidenziata.



8. Dimostra che, aggiungendo a un numero pari il numero naturale che lo segue e il quadrato del numero stesso, si ottiene un quadrato perfetto.

Soluzione

1. Completa la seguente tabella

Polinomio	Grado	Grado rispetto a a	Termine noto	Completo rispetto a a	Completo rispetto a b	Omogeneo
$a^3b + 3a^2b^2 - ab^4 + 2$	5	3	+2	SI	NO	NO

2. Completa le seguenti uguaglianze:

$$x^4y^6 + 9 - 6x^2y^3 = (x^2y^3 - 3)^2$$

$$8 - 12b^2 + 6b^4 - b^6 = (2 - b^2)^3$$

3. Sviluppa i seguenti prodotti notevoli:

$$(a^2 - 3b + 2c^3)^2 = a^4 + 9b^2 + 4c^6 - 6a^2b + 4a^2c^3 - 12bc^3$$

$$(5a - 3b^2)^3 = 125a^3 - 225a^2b^2 + 135ab^4 - 27b^6$$

$$\left(3x - \frac{4}{3}y^2\right)^2 = 9x^2 + \frac{16}{9}y^4 - 8xy^2$$

$$(a^2 - 3b)^4 = a^8 - 12a^6b + 54a^4b^2 - 108a^2b^3 + 81b^4$$

4. Semplifica la seguente espressione:

$$\begin{aligned} & (a + b^2)^3 - b^4 \cdot \left[3 \cdot \left(a - \frac{1}{2}\right) + (b + 1) \cdot (b - 1)\right] - \frac{3}{2} \cdot (a^2 + b^2)^2 \\ &= a^3 + b^6 + 3a^2b^2 + 3ab^4 - b^4 \left[3a - \frac{3}{2} + b^2 - 1\right] - \frac{3}{2} \cdot (a^4 + b^4 + 2a^2b^2) = \\ &= a^3 + b^6 + 3a^2b^2 + 3ab^4 - 3ab^4 + \frac{3}{2}b^4 - b^6 + b^4 - \frac{3}{2}a^4 - \frac{3}{2}b^4 - 3a^2b^2 = \\ &= -\frac{3}{2}a^4 + a^3 + b^4. \end{aligned}$$

5. Determina quoziente e resto della divisione: $(6x^4 - x + 13x^2 + 5) : (1 + 2x^2)$ ed effettua la verifica.

Soluzione

$6x^4$	$+13x^2$	$-x$	$+5$	$2x^2 + 1$
$-6x^4$	$-3x^2$			$3x^2 + 5$
$=$	$+10x^2$	$-x$	$+5$	
	$-10x^2$		-5	
	$=$	$-x$		

$$Q(x) = 3x^2 + 5 \quad R(x) = -x$$

Verifica

$$\text{Quoziente} \cdot \text{Divisore} + \text{Resto} = \text{Dividendo}$$

$$(3x^2 + 5) \cdot (2x^2 + 1) - x =$$

$$= 6x^4 + 3x^2 + 10x^2 + 5 - x =$$

$$= 6x^4 + 13x^2 - x + 5.$$

6. Esegui la divisione applicando la regola di Ruffini.

$$(6a^4 - 5a^3 - 23a^2 + 20a - 4) : (3a - 1)$$

Soluzione

Dividendo tutti i termini per 3 si ha:

$$\left(2a^4 - \frac{5}{3}a^3 - \frac{23}{3}a^2 + \frac{20}{3}a - \frac{4}{3}\right) : \left(a - \frac{1}{3}\right)$$

Applicando la regola di Ruffini si ha:

$\frac{1}{3}$	2	$-\frac{5}{3}$	$-\frac{23}{3}$	$+\frac{20}{3}$	$-\frac{4}{3}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{8}{3}$	$+\frac{4}{3}$	$+\frac{4}{3}$
	2	-1	-8	+4	//

$$Q = 2a^3 - a^2 - 8a + 4 \quad R = 0 \cdot 2 = 0$$

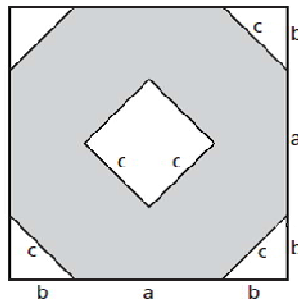
Prova

$$\text{Quoziente} \cdot \text{Divisore} + \text{Resto} = \text{Dividendo}$$

$$(2a^3 - a^2 - 8a + 4) \cdot (3a - 1) + 0 =$$

$$= 6a^4 - 3a^3 - 24a^2 + 12a - 2a^3 + a^2 + 8a - 4 = 6a^4 - 5a^3 - 23a^2 + 20a - 4.$$

7. Esprimi mediante un polinomio ridotto a forma normale il perimetro e l'area della zona evidenziata.



$$4a + 8c$$

$$p = 4a + 8c$$

$$S = (a + 2b)^2 - 4 \cdot \frac{b \cdot b}{2} - c^2 = a^2 + 4b^2 + 4ab - 2b^2 - c^2 = a^2 + 2b^2 + 4ab - c^2$$

8. Dimostra che, aggiungendo a un numero pari il numero naturale che lo segue e il quadrato del numero stesso, si ottiene un quadrato perfetto.

Soluzione

$$2n + (2n + 1) + (2n)^2 = 2n + 2n + 1 + 4n^2 = 4n^2 + 1 + 4n = (2n + 1)^2.$$

Tale espressione rappresenta, $\forall n \in \mathbb{N}$ un quadrato perfetto. Infatti:

$$\text{Per } n = 0 \Rightarrow (2 \cdot 0 + 1)^2 = 1;$$

$$\text{Per } n = 1 \Rightarrow (2 \cdot 1 + 1)^2 = 9;$$

$$\text{Per } n = 2 \Rightarrow (2 \cdot 2 + 1)^2 = 25;$$

$$\text{Per } n = 3 \Rightarrow (2 \cdot 3 + 1)^2 = 49;$$

...