

1. Completa la seguente tabella:

Espressione	Dominio	Identità	Eq. determinata	Eq. indeterminata	Eq. impossibile
$2 + x = 0$	N	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$2 + x = x$	R	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$x - y = 5$	R	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$3(x + 2) = 3 + 6x$	R	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$3(x + 2) - 6 = 6x - 3x$	R	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2. Data la formula $A = \frac{B + C}{k^2 - D}$ ricava la formula inversa per determinare D .

3. Risolvi le seguenti equazioni:

$$x - \left[\frac{x}{3} - \frac{x+1}{2} + 2 \left(x - \frac{1}{2} \right) \right] + \frac{2}{3} = 3 \quad \frac{x-2}{x^2+2x} - \frac{x+2}{2x-x^2} = \frac{7}{x^2-4} + \frac{2x-4}{x^2+2x}; \quad \frac{x+1}{x^2-x} = \frac{a+1}{ax-a} + \frac{1}{x}$$

4. In un trapezio rettangolo la base maggiore è $\frac{3}{2}$ della base minore, mentre l'altezza misura 1 cm in meno della base minore. Sapendo che la somma delle misure delle basi e dell'altezza è 48 cm, calcola l'area del trapezio.

5. Andrea parte da Milano alla velocità media di 90 km/h in direzione Roma. Nello stesso istante Barbara parte da Roma alla velocità media di 110 km/h in direzione Milano. La distanza tra Milano e Roma è di 600 km. Dopo quanto tempo si incontrano? A quale distanza da Milano?

Soluzione

1. Completa la seguente tabella:

Espressione	Dominio	Identità	Eq. determinata	Eq. indeterminata	Eq. impossibile
$2 + x = 0$	N	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	X
$2 + x = x$	R	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	X
$x - y = 5$	R	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	X	<input type="checkbox"/>
$3(x + 2) = 3 + 6x$	R	<input type="checkbox"/>	X	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$3(x + 2) - 6 = 6x - 3x$	R	X	<input type="checkbox"/>	X	<input type="checkbox"/>

2. Data la formula $A = \frac{B + C}{k^2 - D}$ ricava la formula inversa per determinare D .

$$A = \frac{B + C}{k^2 - D}; \quad A \cdot (k^2 - D) = B + C; \quad Ak^2 - AD = B + C; \quad -AD = B + C - Ak^2;$$

$$AD = -B - C + Ak^2; \quad D = \frac{Ak^2 - B - C}{A}$$

3. Risolvi le seguenti equazioni:

$$x - \left[\frac{x}{3} - \frac{x+1}{2} + 2 \left(x - \frac{1}{2} \right) \right] + \frac{2}{3} = 3;$$

$$x - \left[\frac{x}{3} - \frac{x+1}{2} + 2x - 1 \right] + \frac{2}{3} = 3;$$

$$x - \frac{x}{3} + \frac{x+1}{2} - 2x + 1 + \frac{2}{3} = 3;$$

$$6x - 2x + 3(x+1) - 12x + 6 + 4 = 18;$$

$$6x - 2x + 3x + 3 - 12x + 6 + 4 = 18;$$

$$6x - 2x + 3x - 12x = -3 - 6 - 4 + 18; \quad -5x = 5; \quad x = -1.$$

$$\frac{x-2}{x^2+2x} - \frac{x+2}{2x-x^2} = \frac{7}{x^2-4} + \frac{2x-4}{x^2+2x};$$

$$C.E.: x \neq 0 \quad \wedge \quad x \neq \pm 2$$

$$\frac{x-2}{x(x+2)} - \frac{x+2}{x(2-x)} = \frac{7}{(x+2)(x-2)} + \frac{2x-4}{x(x+2)};$$

$$m.c.m. = x(x+2)(x-2)$$

$$\frac{x-2}{x(x+2)} + \frac{x+2}{x(x-2)} = \frac{7}{(x+2)(x-2)} + \frac{2x-4}{x(x+2)};$$

$$(x-2)^2 + (x+2)^2 = 7x + (x-2)(2x-4);$$

$$x^2 + 4 - 4x + x^2 + 4 + 4x = 7x + 2x^2 - 4x - 4x + 8;$$

$$4 + 4 + 4x = 7x - 4x + 8;$$

$$4x - 7x + 4x = 8 - 4 - 4;$$

$$x = 0 \quad \text{Soluzione non accettabile, equazione impossibile.}$$

$$\frac{x+1}{x^2-x} = \frac{a+1}{ax-a} + \frac{1}{x};$$

$$C.E.(P): a \neq 0$$

$$C.A.(I): x \neq 0 \wedge x \neq 1$$

$$\frac{x+1}{x(x-1)} = \frac{a+1}{a(x-1)} + \frac{1}{x};$$

$$m.c.m. = ax(x-1)$$

$$\frac{x+1}{x(x-1)} \cdot ax(x-1) = \frac{a+1}{a(x-1)} \cdot ax(x-1) + \frac{1}{x} \cdot ax(x-1);$$

$$a(x+1) = x(a+1) + a(x-1);$$

$$ax+a = ax+x+ax-a;$$

$$-ax-x = -2a;$$

$$ax+x = 2a;$$

$$(a+1)x = 2a;$$

$$\text{Se } a+1 = 0; \text{ cioè } a = -1 \Rightarrow 0x = -2 \quad \text{Equazione impossibile}$$

$$\text{Se } a+1 \neq 0; \text{ cioè } a \neq -1 \Rightarrow x = \frac{2a}{a+1} \quad \text{Equazione determinata}$$

Tale soluzione è accettabile se soddisfa le due condizioni di accettabilità $x \neq 0 \wedge x \neq 1$:

$$\frac{2a}{a+1} \neq 0; \quad 2a \neq 0; \quad a \neq 0$$

$$\frac{2a}{a+1} \neq 1; \quad 2a \neq a+1 \quad a \neq 1$$

Riepilogando:

Parametro	Tipo di equazione	Soluzione
$a = 0$	Priva di significato	—
$a = -1 \vee a = 1$	Equazione impossibile	$\nexists x \in R$
$a \neq 1 \wedge a \neq 0 \wedge a \neq -1$	Equazione determinata	$x = \frac{2a}{a+1}$

4. Andrea parte da Milano alla velocità media di 90 km/h in direzione Roma. Nello stesso istante Barbara parte da Roma alla velocità media di 110 km/h in direzione Milano. La distanza tra Milano e Roma è di 600 km . Dopo quanto tempo si incontrano? A quale distanza da Milano?

Soluzione

Si pone il tempo incognito $t = x$ (condizioni di accettabilità: $t > 0$).

Ricordando che la velocità $v = \frac{s}{t}$ si ha che: $s = v \cdot t$

Nell'istante in cui le due auto si incontrano, la somma degli spazi percorsi dalle due auto è uguale 600 km .

$$s_{\text{Andrea}} + s_{\text{Barbara}} = 600 \text{ km};$$

$$v_A \cdot t + v_B \cdot t = 600; \quad 90 \cdot x + 110 \cdot x = 600; \quad 200x = 600; \quad x = 3.$$

Le due auto si incontrano dopo 3 ore.

Le due automobili si incontrano a 270 km da Milano: $s_A = v_A \cdot t = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 3^{\text{h}} = 270 \text{ km}$.

5. In un trapezio rettangolo la base maggiore è $\frac{3}{2}$ della base minore, mentre l'altezza misura 1 cm in meno della base minore. Sapendo che la somma delle misure delle basi e dell'altezza è 48 cm , calcola l'area del trapezio.

Soluzione

Poniamo la misura della base minore $\overline{DC} = x$, con $x > 0$.

Si ricava: $\overline{AB} = \frac{3}{2}x$ $\overline{AD} = x - 1$.

Sapendo che la loro somma è 48 cm si ottiene: $\frac{3}{2}x + x + x - 1 = 48$;

$$3x + 2x + 2x - 2 = 96; \quad 7x = 98; \quad x = \frac{98}{7} = 14$$

Pertanto: $\overline{DC} = 14 \text{ cm}$ $\overline{AB} = \frac{3}{2} \cdot 14 \text{ cm} = 21 \text{ cm}$ $\overline{AD} = 13 \text{ cm}$.

$$S_{ABCD} = \frac{\overline{AB} + \overline{DC}}{2} \cdot \overline{AD} = \frac{21 + 14}{2} \cdot 13 \text{ cm}^2 = \frac{455}{2} \text{ cm}^2.$$

