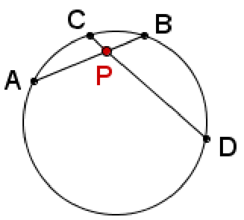
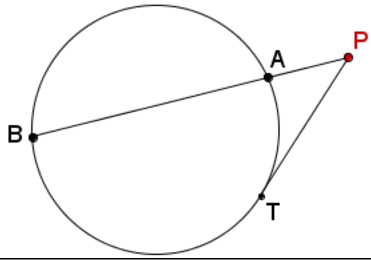
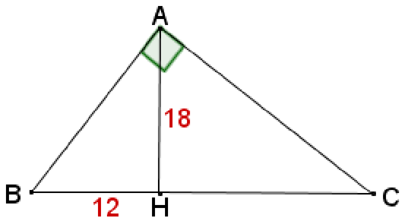
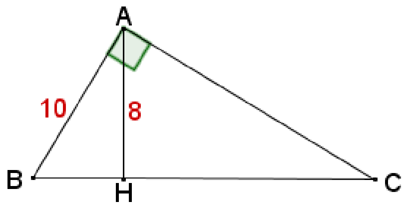
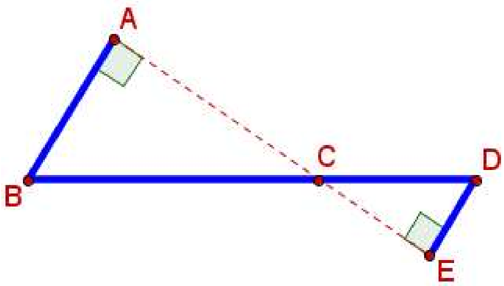
Prova di Matematica : PITAGORA-EUCLIDE-SIMILITUDINE

Alunno: ________________________________ *Classe: 2 E* *L. Scientifico S.A.* *23 maggio 2018*

1. Determina la misura del segmento PB, sapendo che: $\overline{CD} = 23\ cm$, $\overline{PA} = 12\ cm$, $\overline{PD} = 20\ cm$		**2. Determina la misura del segmento AB, sapendo che:** $\overline{PA} = 3a$, $\overline{PT} = 6a$.	
	$\overline{PB} =$		$\overline{AB} =$

3. Utilizzando i dati in centimetri forniti dalle figure, calcola le misure dei segmenti richiesti.			
	$\overline{HC} =$ $\overline{AB} =$ $\overline{AC} =$		$\overline{BH} =$ $\overline{BC} =$ $\overline{AC} =$

4. Il tragitto di una gara di corsa campestre è rappresentato dalla figura a lato. I due tratti AB e DE sono paralleli e il tratto AB è perpendicolare ad AE. Sapendo che $\overline{CD} = 500\ m$, $\overline{CE} = 400\ m$, $\overline{AC} = 1000\ m$, determina la lunghezza complessiva della corsa.

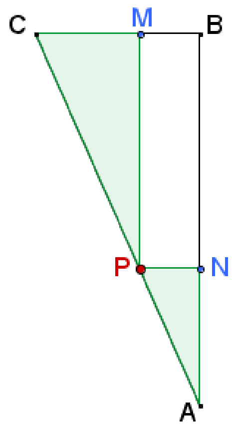


5. Il signor Rossi è proprietario di un terreno a forma di triangolo rettangolo i cui cateti misurano $30\ m$ e $54\ m$. Decide di costruire un capannone di forma rettangolare, come illustrato in figura, scegliendo il punto P sull'ipotenusa in modo che PA sia la metà di PC. Determina

a. il perimetro del capannone.

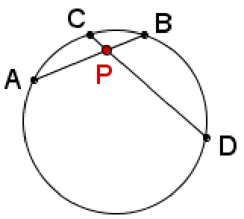
b. l'area del capannone.

c. La posizione del punto P, sempre sull'ipotenusa, affinché il capannone abbia area massima.



SOLUZIONE

1. **Determina la misura del segmento PB, sapendo che:** $\overline{\mathbf{CD}} = \mathbf{23\ cm}$, $\overline{\mathbf{PA}} = \mathbf{12\ cm}$, $\overline{\mathbf{PD}} = \mathbf{20\ cm}$



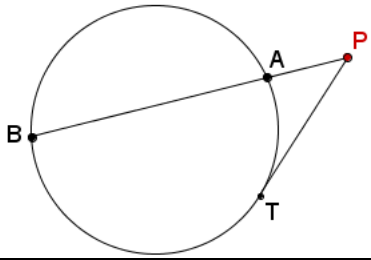
$\overline{PC} = (23 - 20)\ cm = 3\ cm$

$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$;

$\overline{PB} = \dfrac{\overline{PC} \cdot \overline{PD}}{\overline{PA}} = $

$= \dfrac{3 \cdot 20}{12}\ cm = 5\ cm$

2. **Determina la misura del segmento AB, sapendo che:** $\overline{\boldsymbol{PA}} = \mathbf{3}\boldsymbol{a}$, $\overline{\boldsymbol{PT}} = \mathbf{6}\boldsymbol{a}$.

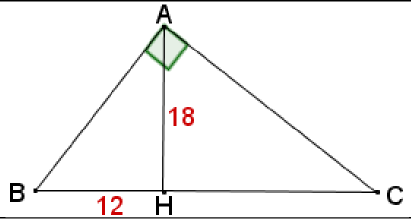


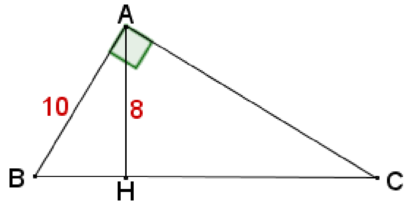
$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PT}^2$;

$\overline{PB} = \dfrac{\overline{PT}^2}{\overline{PA}} = \dfrac{36a^2}{3a} = 12a$

$\overline{AB} = 12a - 3a = 9a$.

3. **Utilizzando i dati in centimetri forniti dalle figure, calcola le misure dei segmenti richiesti.**





$\overline{HC} = \dfrac{\overline{AH}^{\,2}}{\overline{BH}} = \dfrac{324}{12}cm = 27cm$

$\overline{AB} = \sqrt{144 + 324}\ cm = \sqrt{468}\ cm = 6\sqrt{13}\ cm$

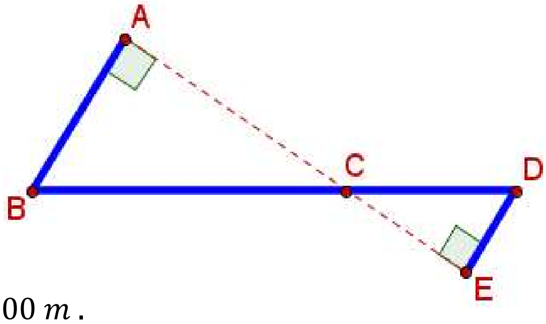
$\overline{AC} = \sqrt{324 + 729}\ cm = \sqrt{1053}\ cm = 9\sqrt{13}\ cm$

$\overline{BH} = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6\ cm$

$\overline{BC} = \dfrac{10^2}{6} = \dfrac{100}{6} = \dfrac{50}{3}\ cm$.

$\overline{AC} = \sqrt{\dfrac{2500}{9} - 100} = \sqrt{\dfrac{1600}{9}} = \dfrac{40}{3}\ cm$.

4. **Il tragitto di una gara di corsa campestre è rappresentato dalla figura a lato. I due tratti AB e DE sono paralleli e il tratto AB è perpendicolare ad AE. Sapendo che** $\overline{\boldsymbol{CD}} = \mathbf{500}\ \boldsymbol{m}$, $\overline{\boldsymbol{CE}} = \mathbf{400}\ \boldsymbol{m}$, $\overline{\boldsymbol{AC}} = \mathbf{1000}\ \boldsymbol{m}$, **determina la lunghezza complessiva della corsa.**



<u>*Soluzione*</u>

$\overline{DE} = \sqrt{\overline{CD}^2 - \overline{CE}^2} = \sqrt{(500\ m)^2 - (400\ m)^2} = \sqrt{90.000\ m^2} = 300\ m$.

ABC~CDE per il 1° Criterio di Similitudine dei Triangoli. Infatti:

$\widehat{ACB} \cong \widehat{DCE}$ *perché angoli opposti al vertice C.*

$\widehat{BAC} \cong \widehat{CED}$ *perché entrambi retti;*

Pertanto, i due triangoli ABC e CDE hanno i lati proporzionali:

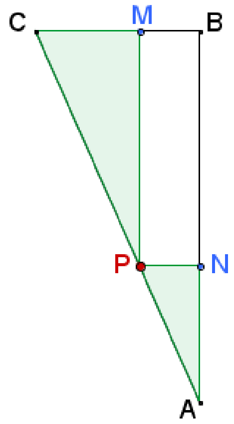
$\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{AC} : \overline{CE}$; $\quad \overline{AB} : 300 = 1000 : 400$; $\quad \overline{AB} = \dfrac{300 \cdot 1000}{400} = 750\ m$.

$\overline{BC} : \overline{CD} = \overline{AC} : \overline{CE}$; $\quad \overline{BC} : 500 = 1000 : 400$; $\quad \overline{BC} = \dfrac{500 \cdot 1000}{400} = 1250\ m$.

Pertanto la lunghezza complessiva della corsa è

$p = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE} = (750 + 1250 + 500 + 300)\ m = 2800\ m$.

5. Il signor Rossi è proprietario di un terreno a forma di triangolo rettangolo i cui cateti misurano $\overline{AB} = 54\, m$ e $\overline{BC} = 30\, m$. Decide di costruire un capannone di forma rettangolare, come illustrato in figura, scegliendo il punto P sull'ipotenusa in modo che PA sia la metà di PC. Determina



- **a. il perimetro del capannone.**
- **b. l'area del capannone.**
- **c. La posizione del punto P, sempre sull'ipotenusa, affinché il capannone abbia area massima.**

Soluzione a

$ABC \sim PMC$ *per il 1° Criterio di Similitudine dei Triangoli. Infatti:*
$\hat{C}$ *angolo in comune ai due triangoli;*
$\hat{B} \cong \widehat{CMP}$ *perché entrambi retti;*

Pertanto, i due triangoli ABC *e* PMC *hanno i lati proporzionali:*

$\overline{CM} : \overline{BC} = \overline{PC} : \overline{AC}$; $\qquad \overline{CM} = \dfrac{\overline{BC} \cdot \overline{PC}}{\overline{AC}}$.

Ponendo $\overline{PA} = x \quad \Rightarrow \quad \overline{PC} = 2x \quad \overline{AC} = 3x$. *Si ottiene:* $\overline{CM} = \frac{30 \cdot 2x}{3x} = 20$.
Quindi $\overline{CM} = 20\, m$ *e* $\overline{MB} = 10\, m$.

Sempre dalla similitudine dei triangoli ABC *e* PMC *si ottiene:*

$\overline{AB} : \overline{PM} = \overline{BC} : \overline{CM}$; $\qquad \overline{PM} = \dfrac{\overline{AB} \cdot \overline{CM}}{\overline{BC}} = \dfrac{54 \cdot 20}{30}\, m = 36\, m$.

Pertanto il perimetro del capannone è:
$P = 2 \cdot (\overline{PM} + \overline{MB}) = 2 \cdot (36 + 10)\, m = 92\, m$.

Soluzione b

L'area del capannone è: $S = \overline{PM} \cdot \overline{MB} = 36 \cdot 10\, m^2 = 360\, m^2$.

Soluzione c

Sia P un punto qualsiasi sull'ipotenusa AC *e siano* M *e* N *le proiezioni di P sui due cateti* BC *e* AB .
Poniamo $\overline{MB} = x$, *con* $0 \le x \le 30 \quad \Rightarrow \quad \overline{CM} = 30 - x$.

Dalla relazione precedente $\overline{PM} = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{CM}}{\overline{BC}} = \frac{54 \cdot (30 - x)}{30} = \frac{9}{5}(30 - x)$.

L'area del rettangolo PMBN è data da: $S(x) = \frac{9}{5}(30 - x) \cdot x$.

L'equazione: $S(x) = -\frac{9}{5}x^2 + 54x$ *rappresenta una parabola con concavità negativa.*

Il massimo valore si ottiene per $x = x_{Vertice} = -\frac{b}{2\,a} = -\frac{54}{2 \cdot \left(-\frac{9}{5}\right)} = \frac{54}{\frac{18}{5}} = 54 \cdot \frac{5}{18} = 15$.

Pertanto, la posizione del punto P *affinché l'area edificabile sia massima è nel punto medio del segmento AC.*