Alunno: ______________________________________ Classe: 2E L. Scientifico S. A *21 febbraio 2018* [1 *ora*]

1. Individua i numeri irrazionali

$\sqrt[3]{0{,}125}$	$\sqrt{0{,}25}$	$1-\pi$	$2{,}02022022202222\ldots$	$\sqrt{0,\overline{1}}$	$\sqrt[3]{0,\overline{3}}$
SI NO	SI NO	SI NO	SI NO	SI NO	SI NO

2. Vero o falso

$\sqrt{3}-\sqrt{2}=1$	V	F	$\sqrt{+2}\cdot\sqrt{-2}=-2$	V	F
$\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}=3\sqrt{5}$	V	F	$\sqrt[2]{5}+\sqrt[2]{-5}=0$	V	F
$\sqrt[6]{(a-3)^{18}}=\lvert(a-3)^3\rvert$	V	F	$\sqrt[7]{a^{25}b^{12}}=a^3b\sqrt[7]{a^4b^5}$	V	F

3. Scrivi i primi 5 termini delle classi contigue di numeri razionali che hanno come elemento di separazione il numero irrazionale $3\sqrt{5}-4$.

4. Semplifica le seguenti espressioni contenenti radicali:

$$\sqrt{6+2\sqrt{5}}\;-\;\left(\sqrt[4]{5}+3\right)\left(\sqrt[4]{5}-3\right)\qquad \frac{\sqrt[6]{\left(1-\sqrt{5}\right)^6}}{3-2\sqrt{5}}\qquad \frac{\sqrt{4+2\sqrt{3}}-\sqrt{28+10\sqrt{3}}}{15}$$

$$\sqrt[18]{x^9-6x^8+12x^7-8x^6}\qquad \sqrt[12]{\frac{9a^6}{b^4}}\qquad \sqrt[8]{\frac{1-10x+25x^2}{x^2-14x+49}}$$

5. In un trapezio isoscele ABCD, la base minore CD è congruente all'altezza e l'angolo $\hat{A}=\hat{B}=45°$. Sapendo che il perimetro del trapezio è $2\left(\sqrt{3}+\sqrt{6}\right)\,cm$, determina l'area del trapezio.

6. Semplifica l'espressione a lato:
   a. utilizzando le operazioni e le proprietà dei radicali;
   b. trasformandola in una espressione con esponenti frazionari.

   Verifica l'uguaglianza dei due risultati ottenuti, trasformando il primo risultato in una espressione con esponenti frazionari.

$$\frac{\sqrt[3]{x\cdot\sqrt{x}}}{\sqrt[7]{x^4}\cdot\left(\sqrt{x}\right)^3}\qquad con\ x>0$$

SOLUZIONE

1. Individua i numeri irrazionali

$\sqrt[3]{0{,}125}$	$\sqrt{0{,}25}$	$1-\pi$	$2{,}02022022202222\ldots$	$\sqrt{0{,}\overline{1}}$	$\sqrt[3]{0{,}\overline{3}}$
NO	NO	SI	SI	NO	SI

2. Vero o falso

$\sqrt{3}-\sqrt{2}=1$	F	$\sqrt{+2}\cdot\sqrt{-2}=-2$	F
$\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}=3\sqrt{5}$	F	$\sqrt[2]{5}+\sqrt[2]{-5}=0$	F
$\sqrt[6]{(a-3)^{18}}=\lvert(a-3)^3\rvert$	V	$\sqrt[7]{a^{25}b^{12}}=a^3b\,\sqrt[7]{a^4b^5}$	V

3. Scrivi i primi 5 termini delle classi contigue di numeri razionali che hanno come elemento di separazione il numero irrazionale $3\sqrt{5}-4$.

Soluzione

$3\sqrt{5}-4 \quad \approx \quad 2{,}70820393\ldots$.

$D=\{2\,;\ \ 2{,}7\,;\ \ 2{,}70\,;\ \ 2{,}708\,;\ \ 2{,}7082\,;\ \}$

$E=\{3\,;\ \ 2{,}8\,;\ \ 2{,}71\,;\ \ 2{,}709\,;\ \ 2{,}7083\,;\ \}$

4. Semplifica le seguenti espressioni contenenti radicali:

$$\sqrt{6+2\sqrt{5}}\ -\ \left(\sqrt[4]{5}+3\right)\left(\sqrt[4]{5}-3\right)\ =\ \sqrt{5}+1-\left(\sqrt{5}-9\right)=10$$

avendo calcolato da parte $\sqrt{6+2\sqrt{5}}=\sqrt{6+\sqrt{2^2\cdot 5}}=\sqrt{6+\sqrt{20}}=$ $\qquad a^2-b=6^2-20=16$

$$=\sqrt{\frac{6+\sqrt{16}}{2}}+\sqrt{\frac{6-\sqrt{16}}{2}}=\sqrt{\frac{6+4}{2}}+\sqrt{\frac{6-4}{2}}=\sqrt{\frac{10}{2}}+\sqrt{\frac{2}{2}}=\sqrt{5}+1$$

$$\frac{\sqrt[6]{\left(1-\sqrt{5}\right)^6}}{3-2\sqrt{5}}\ =$$

Occorre fare attenzione a: $\sqrt[6]{\left(1-\sqrt{5}\right)^6}=\lvert 1-\sqrt{5}\rvert=-\left(1-\sqrt{5}\right)=\sqrt{5}-1$

Perchè $1-\sqrt{5}<0$

$$=\frac{\sqrt[6]{\left(1-\sqrt{5}\right)^6}}{3-2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}-1}{3-2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}-1}{3-2\sqrt{5}}\cdot\frac{3+2\sqrt{5}}{3+2\sqrt{5}}=\frac{3\sqrt{5}+10-3-2\sqrt{5}}{3^2-\left(2\sqrt{5}\right)^2}=\frac{7+\sqrt{5}}{9-20}=-\frac{7+\sqrt{5}}{11}\ .$$

$$\frac{\sqrt{4+2\sqrt{3}}-\sqrt{28+10\sqrt{3}}}{15}=\frac{\left(\sqrt{3}+1\right)-\left(5+\sqrt{3}\right)}{15}=-\frac{4}{15}$$

Infatti:

$\sqrt{4+2\sqrt{3}}=\sqrt{4+\sqrt{12}}$ $\qquad a^2-b=4^2-12=4$

$$\sqrt{4+\sqrt{12}}\ =\ \sqrt{\frac{4+\sqrt{4}}{2}}+\sqrt{\frac{4-\sqrt{4}}{2}}\ =\ \sqrt{\frac{4+2}{2}}+\sqrt{\frac{4-2}{2}}\ =\ \sqrt{3}+1\,.$$

$\sqrt{28+10\sqrt{3}}=\sqrt{28+\sqrt{300}}$ $\qquad a^2-b=28^2-300=484$

$$\sqrt{28+\sqrt{300}}\ =\ \sqrt{\frac{28+\sqrt{484}}{2}}+\sqrt{\frac{28-\sqrt{484}}{2}}\ =\ \sqrt{\frac{28+22}{2}}+\sqrt{\frac{28-22}{2}}\ =\ 5+\sqrt{3}\,.$$

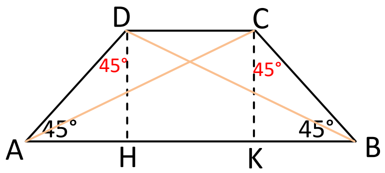
$$\sqrt[18]{x^9-6x^8+12x^7-8x^6}\ =\ \sqrt[18]{x^6(x^3-6x^2+12x-8)}\ =\ \sqrt[18]{x^6(x-2)^3}\ =\ \sqrt[6]{x^2\cdot(x-2)}$$

$C.E.:\ \ x\geq 2\ \ \vee\ \ x=0$

$$\sqrt[12]{\frac{9a^6}{b^4}} = \sqrt[6]{\frac{3|a^3|}{b^2}} \qquad con\;\; b \neq 0$$

$$\sqrt[8]{\frac{1-10x+25x^2}{x^2-14x+49}} = \sqrt[8]{\frac{(1-5x)^2}{(x-7)^2}} = \sqrt[4]{\left|\frac{1-5x}{x-7}\right|} \qquad C.E.: x \neq 7$$

5. In un trapezio isoscele ABCD, la base minore CD è congruente all'altezza e l'angolo $\hat{A} = \hat{B} = 45°$. Sapendo che il perimetro del trapezio è $2(\sqrt{3}+\sqrt{6})\; cm$, determina l'area del triangolo.



Soluzione

Essendo $\hat{A} = \hat{B} = 45° \quad \Rightarrow \quad A\hat{D}H = B\hat{C}K = 45°$

Poniamo la misura della base minore $\overline{CD} = x \;\; con \;\; x > 0$.

Si ottiene: $\overline{DH} = \overline{CK} = \overline{DH} = \overline{HK} = \overline{AH} = \overline{KB} = x \qquad e \qquad \overline{AB} = 3x$.

$\overline{AD} = \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{DH}^2} = \sqrt{x^2+x^2} = \sqrt{2\,x^2} = \sqrt{2}\,x$.

Pertanto si ottiene:

$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{AD} = 2(\sqrt{3}+\sqrt{6})\; cm$;

$3x + \sqrt{2}\,x + x + \sqrt{2}\,x = 2(\sqrt{3}+\sqrt{6})$;

$4x + 2\sqrt{2}\,x = 2(\sqrt{3}+\sqrt{6})$;

$2(2+\sqrt{2})\,x = 2(\sqrt{3}+\sqrt{6})$;

$$x = \frac{2(\sqrt{3}+\sqrt{6})}{2(2+\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{6}}{2+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{6}}{2+\sqrt{2}} \cdot \frac{2-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}+2\sqrt{6}-\sqrt{12}}{4-2} = \frac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}+2\sqrt{6}-2\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

Quindi:

$\overline{CD} = \overline{DH} = \dfrac{\sqrt{6}}{2}\; cm \qquad\qquad \overline{AB} = 3 \cdot x = \dfrac{3\sqrt{6}}{2}\; cm$.

$$S = \frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{CD}) \cdot \overline{DH} = \frac{1}{2}\left(\frac{3\sqrt{6}}{2}+\frac{\sqrt{6}}{2}\right) \cdot \frac{\sqrt{6}}{2}\; cm^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{\sqrt{6}}{2}\; cm^2 = \frac{\sqrt{6}\cdot\sqrt{6}}{2}\; cm^2 = 3\; cm^2 .$$

6. Semplifica l'espressione a lato:

   a. utilizzando le operazioni e le proprietà dei radicali;
   b. trasformandola in una espressione con esponenti frazionari.

   Verifica l'uguaglianza dei due risultati ottenuti, trasformando il primo risultato in una espressione con esponenti frazionari.

$$\frac{\sqrt[3]{x \cdot \sqrt{x}}}{\sqrt[7]{x^4} \cdot (\sqrt{x})^3} \qquad con\; x > 0$$

Soluzione a

$$\frac{\sqrt[3]{x \cdot \sqrt{x}}}{\sqrt[7]{x^4} \cdot (\sqrt{x})^3} = \frac{\sqrt[3]{\sqrt{x^2 \cdot x}}}{\sqrt[7]{x^4} \cdot \sqrt{x^3}} = \frac{\sqrt[6]{x^3}}{\sqrt[7]{x^4} \cdot \sqrt{x^3}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[7]{x^4} \cdot \sqrt{x^3}} =$$

$$= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[7]{x^4} \cdot x \cdot \sqrt{x}} = \frac{1}{x \cdot \sqrt[7]{x^4}} = \frac{1}{x \cdot \sqrt[7]{x^4}} \cdot \frac{\sqrt[7]{x^3}}{\sqrt[7]{x^3}} = \frac{\sqrt[7]{x^3}}{x \cdot \sqrt[7]{x^7}} = \frac{\sqrt[7]{x^3}}{x^2} .$$

Soluzione b

$$\frac{\sqrt[3]{x \cdot \sqrt{x}}}{\sqrt[7]{x^4} \cdot (\sqrt{x})^3} = \frac{\left[x \cdot x^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{4}{7}} \cdot x^{\frac{3}{2}}} = \frac{\left[x^{\frac{3}{2}}\right]^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{29}{14}}} = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{29}{14}}} = x^{\frac{1}{2}-\frac{29}{14}} = x^{-\frac{11}{7}} .$$

Soluzione c

$$\frac{\sqrt[7]{x^3}}{x^2} = \frac{x^{\frac{3}{7}}}{x^2} = x^{\frac{3}{7}-2} = x^{-\frac{11}{7}} .$$