Liceo Scientifico "G. Galilei" Trebisacce
Anno Scolastico 2017-2018
Classe *2C Liceo Scientifico S. A.* *9 novembre 2017*

Prova di Matematica : Equazioni e sistemi lineari

1. Risolvi le seguenti equazioni :

$$\frac{2}{x}+\frac{9}{2x+6}=\frac{1-x}{x^2+3x} \qquad \frac{ax-a^2}{x}+\frac{1}{a}=1+\frac{1}{ax}$$

2. Determina il grado dei seguenti sistemi	
$\begin{cases}2x-3=y^2\\x-xy^3=2\end{cases}$	$\begin{cases}x^2=x\cdot(5-x)^2\\x-xy=2\end{cases}$
Sistema di ______ grado	Sistema di _____ grado

3. Verifica se la coppia a lato è soluzione del sistema	
$\begin{cases}x-3y=1\\y-2x=3\end{cases}$ $(x=7\,;y=2)$	$\begin{cases}2x+2y=7\\3y-4x=7\end{cases}$ $\left(x=\frac{1}{2}\,;y=3\right)$
SI **NO**	**SI** **NO**

4. Risolvi i seguenti sistemi di equazioni con i diversi metodi studiati :

$$\begin{cases}y+\frac{3}{4}x+2=0\\x+\frac{4}{5}y=2-\frac{x}{2}\end{cases} \qquad \begin{cases}\frac{1}{2}x-\frac{3}{4}y=2\\\frac{2}{3}x-\frac{7}{3}=y\end{cases}$$

5. Risolvi il seguente problema

Per un lavoro Marco compra 120 viti e 50 chiodi, spendendo in totale 31,50 €. Il giorno dopo compra 100 viti e 80 chiodi spendendo, grazie ad uno sconto del 10% praticato dal negoziante, 28,80 €.
Quanto costano singolarmente le viti e i chiodi (senza lo sconto) ?

Soluzione

1. Risolvi le seguenti equazioni :

$\frac{2}{x}+\frac{9}{2x+6}=\frac{1-x}{x^2+3x}$; $\quad \frac{2}{x}+\frac{9}{2\cdot(x+3)}=\frac{1-x}{x\cdot(x+3)}$; $\quad C.E.:\ x\neq 0 \ \wedge \ x\neq -3$

$2x\cdot(x+3)\cdot\frac{2}{x}+2x\cdot(x+3)\cdot\frac{9}{2\cdot(x+3)}=2x\cdot(x+3)\cdot\frac{1-x}{x\cdot(x+3)}$; $\quad m.c.m.=2x\cdot(x+3)$

$4\cdot(x+3)+9x=2\cdot(1-x)$;

$4x+12+9x=2-2x$;

$4x+9x+2x=2-12$;

$15x=-10$;

$x=-\frac{10}{15}=-\frac{2}{3}$ *Tale soluzione è accettabile, perchè è diversa da 0 e da* -3.

$\frac{ax-a^2}{x}+\frac{1}{a}=1+\frac{1}{ax}$

Condizioni di esistenza: $a\neq 0$. *Condizioni di accettabilità:* $x\neq 0$.

Moltiplicando per il $m.c.m.=ax\neq 0$ *si ottiene:*

$a\cdot(ax-a^2)+x=ax+1$;

$a^2x-a^3+x=ax+1$;

$a^2x+x-ax=a^3+1$;

$(a^2-a+1)\,x=a^3+1$;

Se $a^2-a+1=0 \quad \nexists\, a\in R$

Se $a^2-a+1\neq 0 \quad \forall\, a\in R \quad \Rightarrow \quad x=\frac{a^3+1}{a^2-a+1}=\frac{(a+1)\cdot(a^2-a+1)}{a^2-a+1}=a+1$

Tale soluzione però, è accettabile se è diversa da zero. Cioè $a+1\neq 0$; $\quad a\neq -1$.

Riepilogando:

Valore del parametro	**Tipo di equazione**	**Soluzione**
$a=0$	*Equazione che perde significato*	$-$
$a=-1$	*Equazione impossibile*	$\nexists\, x\in R$
$a\neq 0 \quad \wedge \quad a\neq -1$	*Equazione determinata*	$x=a+1$

2. Determina il grado dei seguenti sistemi	
$\begin{cases}2x-3=y^2\\ x-xy^3=2\end{cases}$	$\begin{cases}x^2=x\cdot(5-x)^2\\ x-xy=2\end{cases}$
Sistema di **8°** grado	Sistema di **6°** grado

3. Verifica se la coppia a lato è soluzione del sistema	
$\begin{cases}x-3y=1\\ y-2x=3\end{cases} \quad (x=7\,;y=2)$	$\begin{cases}2x+2y=7\\ 3y-4x=7\end{cases} \quad \left(x=\frac{1}{2}\,;y=3\right)$
NO	**SI**

4. Risolvi i seguenti sistemi di equazioni con i diversi metodi studiati :

$$\begin{cases} y+\frac{3}{4}x+2=0 \\ x+\frac{4}{5}y=2-\frac{x}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} 3x+4y=-8 \\ 10x+8y=20-5x \end{cases} \quad \begin{cases} 3x+4y=-8 \\ 15x+8y=20 \end{cases} \quad \left(\frac{a}{a^I}=\frac{1}{5}\right) \neq \left(\frac{b}{b^I}=\frac{1}{2}\right) \quad S.Determinato$$

Metodo di riduzione

$$\begin{matrix} 5\cdot \\ 1\cdot \end{matrix}\begin{cases} 3x+4y=-8 \\ 15x+8y=20 \end{cases} \quad \begin{cases} 15x+20y=-40 \\ 15x+\ 8y\ =+20 \end{cases} \quad \begin{matrix} - \\ = \end{matrix}$$

$$12y=-60; \qquad y=-5$$

$$\begin{matrix} 2\cdot \\ 1\cdot \end{matrix}\begin{cases} 3x+4y=-8 \\ 15x+8y=20 \end{cases} \quad \begin{cases} 6x+8y=-16 \\ 15x+8y=20 \end{cases} \quad \begin{matrix} - \\ = \end{matrix}$$

$$-9x \quad = \quad -36; \qquad x=+4$$

La soluzione è $(x=4\,;y=-5)$.

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x-\frac{3}{4}y=2 \\ \frac{2}{3}x-\frac{7}{3}=y \end{cases} \quad \begin{cases} 2x-3y=8 \\ 2x-7=3y \end{cases} \quad \begin{cases} 2x-3y=8 \\ 2x-3y=7 \end{cases} \quad \left(\frac{a}{a^I}=1\right)=\left(\frac{b}{b^I}=1\right)\neq\left(\frac{c}{c^I}=\frac{8}{7}\right) \quad S.impossibile$$

5. Risolvi il seguente problema

Per un lavoro Marco compra 120 viti e 50 chiodi, spendendo in totale 31,50 €. Il giorno dopo compra 100 viti e 80 chiodi spendendo, grazie ad uno sconto del 10% praticato dal negoziante, 28,80 €.
Quanto costano singolarmente le viti e i chiodi (senza lo sconto) ?

<u>Soluzione</u>

Calcoliamo il costo delle 100 viti e degli 80 chiodi senza lo sconto:

$Prezzo\ Scontato : Prezzo\ Intero = 90 : 100\,;$ $\qquad 28{,}80 : P = 90 : 100\,;$ $\quad P=\frac{28{,}80\cdot 100}{90}=32$

Pertanto, il costo delle 100 viti e degli 80 chiodi senza lo sconto è di 32 € .

$Poniamo\ il\ costo\ delle\ viti = x,\ \ e\ il\ costo\ dei\ chiodi = y \quad con \quad x\,,y\ \in R^+$.

Si ottiene il seguente sistema:

$$\begin{cases} 120x+50y=31{,}5 \\ 100x+80y=32 \end{cases} \qquad \begin{cases} 1200x+500y=315 \\ 100x+80y=32 \end{cases}$$

$$D=\begin{vmatrix} 1200 & 500 \\ 100 & 80 \end{vmatrix}=1200\cdot 80-100\cdot 500=96000-50000=46000$$

$$Dx=\begin{vmatrix} 315 & 500 \\ 32 & 80 \end{vmatrix}=315\cdot 80-32\cdot 500=25200-16000=9200$$

$$Dy=\begin{vmatrix} 1200 & 315 \\ 100 & 32 \end{vmatrix}=1200\cdot 32-100\cdot 315=38400-31500=6900$$

$$\begin{cases} x=\frac{Dx}{D}=\frac{9200}{46000}=0{,}2 \\ y=\frac{Dy}{D}=\frac{6900}{46000}=0{,}15 \end{cases}$$

Il prezzo di una vite è di 0,20 € .

Il prezzo di un chiodo è di 0,15 € .