Alunno: ____________________________ Classe: 2 C L. Scientifico S. A *21 febbraio 2018*

1. Individua i numeri irrazionali

$\sqrt[3]{0,027}$	$\sqrt{1,44}$	$1-e$	$7,72722722272222\ldots$	$\sqrt{0,\overline{3}}$	$\sqrt[3]{0,1}$
SI NO	SI NO	SI NO	SI NO	SI NO	SI NO

2. Vero o falso

$\sqrt{2}-\sqrt{3}>0$	V	F	$\sqrt{+3}\cdot\sqrt{-3}=-3$	V	F
$\sqrt{7}\cdot\sqrt{7}\cdot\sqrt{7}=7\sqrt{7}$	V	F	$\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{-2}=0$	V	F
$\sqrt[4]{(a-3)^{12}}=(a-3)^3$	V	F	$\sqrt[5]{a^{24}b^{14}}=\ a^4b^2\ \sqrt[5]{a^4b^4}$	V	F

3. Scrivi i primi 5 termini delle classi contigue di numeri razionali che hanno come elemento di separazione il numero irrazionale $3\sqrt{5}-4$.

4. Semplifica le seguenti espressioni contenenti radicali:

$$\sqrt{5-\sqrt{13}}\cdot\sqrt{5+\sqrt{13}}+\left(\sqrt{3}+2\right)^3 \qquad \frac{\sqrt{\left(1-\sqrt{3}\right)^2}}{3-2\sqrt{3}} \qquad \frac{\sqrt{28+10\sqrt{3}}\ -\sqrt{4+2\sqrt{3}}}{2}$$

$$\sqrt[12]{x^9-6x^8+12x^7-8x^6} \qquad \sqrt[12]{\frac{4x^4}{y^6}} \qquad \sqrt[4]{\frac{25x^2-10x+1}{49+x^2-14x}}$$

5. In un trapezio isoscele ABCD, la base minore CD è congruente all'altezza e l'angolo $\hat{A}=\hat{B}=45°$. Sapendo che il perimetro del trapezio è $4\left(\sqrt{3}+\sqrt{6}\right)\,cm$, determina l'area del triangolo.

6. Semplifica la seguente espressione, supponendo positivi tutti i fattori letterali.

$$\left(\frac{a^{\sqrt{2}+1}\ \cdot\ a^{\sqrt{2}-1}\ \cdot\ \sqrt{a^3}}{\sqrt{a^{3-\sqrt{2}}}}\right)^{\frac{2\sqrt{2}}{3}} \ :\ \left(\frac{a^{\sqrt{3}}\ \cdot\ a^{2\sqrt{3}}\ \cdot\ a^{\sqrt{2}}}{\sqrt[3]{a^{\sqrt{2}}\cdot\ a^{9\sqrt{3}}}}\right)^{\sqrt{8}}$$

SOLUZIONE

1. Individua i numeri irrazionali

$\sqrt[3]{0{,}027}$	$\sqrt{1{,}44}$	$1-e$	$7{,}72722722272222\ldots$	$\sqrt{0{,}\overline{3}}$	$\sqrt[3]{0{,}1}$
NO	NO	SI	SI	SI	SI

2. Vero o falso

$\sqrt{2}-\sqrt{3}>0$	F	$\sqrt{+3}\cdot\sqrt{-3}=-3$	F
$\sqrt{7}\cdot\sqrt{7}\cdot\sqrt{7}=7\sqrt{7}$	V	$\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{-2}=0$	V
$\sqrt[4]{(a-3)^{12}}=(a-3)^3$	F	$\sqrt[5]{a^{24}b^{14}}=a^4b^2\sqrt[5]{a^4b^4}$	V

3. Scrivi i primi 5 termini delle classi contigue di numeri razionali che hanno come elemento di separazione il numero irrazionale $3\sqrt{5}-4$.

Soluzione

$3\sqrt{5}-4 \quad \approx \quad 2{,}70820393\ldots$.

$D=\{2\,;\ \ 2{,}7\,;\ \ 2{,}70\,;\ \ 2{,}708\,;\ \ 2{,}7082\,;\ \ \}$

$E=\{3\,;\ \ 2{,}8\,;\ \ 2{,}71\,;\ \ 2{,}709\,;\ \ 2{,}7083\,;\ \ \}$

4. Semplifica le seguenti espressioni contenenti radicali:

$$\sqrt{5-\sqrt{13}}\cdot\sqrt{5+\sqrt{13}}+\left(\sqrt{3}+2\right)^3 =$$

$$= \sqrt{\left(5-\sqrt{13}\right)\cdot\left(5+\sqrt{13}\right)} + \left(\sqrt{3}\right)^3+8+3\cdot\left(\sqrt{3}\right)^2\cdot 2+3\sqrt{3}\cdot 4 =$$

$$= \sqrt{25-13} + 3\sqrt{3}+8+18+12\sqrt{3} =$$

$$= \sqrt{12} + 3\sqrt{3}+8+18+12\sqrt{3} =$$

$$= 2\sqrt{3}+3\sqrt{3}+8+18+12\sqrt{3} =$$

$$= 26+17\sqrt{3}\ .$$

$$\frac{\sqrt{\left(1-\sqrt{3}\right)^2}}{3-2\sqrt{3}} =$$

Occorre fare attenzione a: $\sqrt{\left(1-\sqrt{3}\right)^2}=\left|1-\sqrt{3}\right|=-\left(1-\sqrt{3}\right)=\sqrt{3}-1$

Perchè $\quad 1-\sqrt{3}<0$

$$= \frac{\sqrt{\left(1-\sqrt{3}\right)^2}}{3-2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}-1}{3-2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}-1}{3-2\sqrt{3}}\cdot\frac{3+2\sqrt{3}}{3+2\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}+6-3-2\sqrt{3}}{3^2-\left(2\sqrt{3}\right)^2} = \frac{3+\sqrt{3}}{9-12} = -\frac{3+\sqrt{3}}{3}\ .$$

$$\frac{\sqrt{28+10\sqrt{3}}-\sqrt{4+2\sqrt{3}}}{2} = \frac{\left(5+\sqrt{3}\right)-\left(\sqrt{3}+1\right)}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Infatti:

$\sqrt{28+10\sqrt{3}}=\sqrt{28+\sqrt{300}} \qquad\qquad a^2-b=28^2-300=484$

$$\sqrt{28+\sqrt{300}} = \sqrt{\frac{28+\sqrt{484}}{2}}+\sqrt{\frac{28-\sqrt{484}}{2}} = \sqrt{\frac{28+22}{2}}+\sqrt{\frac{28-22}{2}} = 5+\sqrt{3}\ .$$

$\sqrt{4+2\sqrt{3}}=\sqrt{4+\sqrt{12}} \qquad\qquad a^2-b=4^2-12=4$

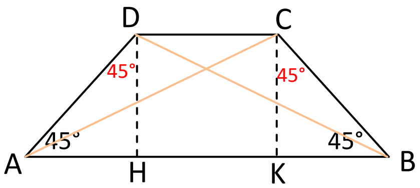
$$\sqrt{4+\sqrt{12}} = \sqrt{\frac{4+\sqrt{4}}{2}}+\sqrt{\frac{4-\sqrt{4}}{2}} = \sqrt{\frac{4+2}{2}}+\sqrt{\frac{4-2}{2}} = \sqrt{3}+1\ .$$

$\sqrt[12]{x^9-6x^8+12x^7-8x^6} = \sqrt[12]{x^6(x^3-6x^2+12x-8)} = \sqrt[12]{x^6(x-2)^3} =$

$= \sqrt[4]{x^2\cdot(x-2)} \qquad C.E.:\ x\ge 2 \ \vee\ x=0$

$\sqrt[12]{\dfrac{4x^4}{y^6}} = \sqrt[6]{\dfrac{2x^2}{|y^3|}} \qquad con\ \ y\neq 0$

$\sqrt[4]{\dfrac{25x^2-10x+1}{49+x^2-14x}} = \sqrt[8]{\dfrac{(5x-1)^2}{(7-x)^2}} = \sqrt[4]{\left|\dfrac{5x-1}{7-x}\right|} \qquad C.E.: x\neq 7$



1. In un trapezio isoscele ABCD, la base minore CD è congruente all'altezza e l'angolo $\hat{A}=\hat{B}=45°$. Sapendo che il perimetro del trapezio è $4(\sqrt{3}+\sqrt{6})\ cm$, determina l'area del triangolo.

Soluzione

Essendo $\hat{A}=\hat{B}=45° \quad\Rightarrow\quad A\hat{D}H = B\hat{C}K = 45°$

Poniamo la misura della base minore $\overline{CD}=x\ \ con\ \ x>0$.

Si ottiene: $\overline{DH}=\overline{CK}=\overline{DH}=\overline{HK}=\overline{AH}=\overline{KB}=x \qquad e \qquad \overline{AB}=3x$.

$\overline{AD}=\sqrt{\overline{AH}^2+\overline{DH}^2}=\sqrt{x^2+x^2}=\sqrt{2\,x^2}=\sqrt{2}\,x$.

Pertanto si ottiene:

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{AD}=4(\sqrt{3}+\sqrt{6})\ cm$;

$3x+\sqrt{2}\,x+x+\sqrt{2}\,x=4(\sqrt{3}+\sqrt{6})$;

$4x+2\sqrt{2}\,x=4(\sqrt{3}+\sqrt{6})$;

$2(2+\sqrt{2})\,x=4(\sqrt{3}+\sqrt{6})$;

$$x=\frac{4(\sqrt{3}+\sqrt{6})}{2(2+\sqrt{2})}=\frac{2\cdot(\sqrt{3}+\sqrt{6})}{2+\sqrt{2}}\cdot\frac{2-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}=\frac{2\cdot(2\sqrt{3}-\sqrt{6}+2\sqrt{6}-\sqrt{12})}{4-2}=\frac{2\cdot(2\sqrt{3}-\sqrt{6}+2\sqrt{6}-2\sqrt{3})}{2}=\sqrt{6}$$

Quindi:

$\overline{CD}=\overline{DH}=\sqrt{6}\ cm \qquad\qquad \overline{AB}=3\cdot x=3\sqrt{6}\ cm$.

$S=\dfrac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{CD})\cdot\overline{DH}=\dfrac{1}{2}(3\sqrt{6}+\sqrt{6})\cdot\sqrt{6}\ cm^2 = \dfrac{1}{2}\cdot 4\sqrt{6}\cdot\sqrt{6}\ cm^2 = 12\ cm^2$.

6. Semplifica la seguente espressione, supponendo positivi tutti i fattori letterali.

$$\left(\frac{a^{\sqrt{2}+1}\cdot a^{\sqrt{2}-1}\cdot\sqrt{a^3}}{\sqrt{a^{3-\sqrt{2}}}}\right)^{\frac{2\sqrt{2}}{3}} : \left(\frac{a^{\sqrt{3}}\cdot a^{2\sqrt{3}}\cdot a^{\sqrt{2}}}{\sqrt[3]{a^{\sqrt{2}}\cdot a^{9\sqrt{3}}}}\right)^{\sqrt{8}}$$

$$\left(a^{\sqrt{2}+1+\sqrt{2}-1+\frac{3}{2}-\frac{3-\sqrt{2}}{2}}\right)^{\frac{2\sqrt{2}}{3}} : \left(a^{\sqrt{3}+2\sqrt{3}+\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}+9\sqrt{3}}{3}}\right)^{2\sqrt{2}} =$$

$$= \left(a^{2\sqrt{2}+\frac{3}{2}-\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}}\right)^{\frac{2\sqrt{2}}{3}} : \left(a^{3\sqrt{3}+\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}}{3}-\frac{9\sqrt{3}}{3}}\right)^{2\sqrt{2}} =$$

$$= \left(a^{2\sqrt{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}}\right)^{\frac{2\sqrt{2}}{3}} : \left(a^{\frac{2\sqrt{2}}{3}}\right)^{2\sqrt{2}} =$$

$$= a^{\frac{5\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{2\sqrt{2}}{3}\ -\ \frac{2\sqrt{2}}{3}\cdot 2\sqrt{2}} =$$

$$= a^{\frac{10}{3}\ -\ \frac{8}{3}} = a^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{a^2}\ .$$