Liceo Scientifico "G. Galilei" Trebisacce

Anno Scolastico 2017-2018

Classe *2C Liceo Scientifico S. A.* *15 dicembre 2017*

Prova di Matematica : Piano cartesiano e retta

1. Traccia il grafico della funzione $f(x) = \begin{cases} -x-3 & se\ \ x \leq -2 \\ -1 & se\ -2 < x < 1 \\ 2x-3 & se\ \ x \geq 1 \end{cases}$

2. Calcola il perimetro e l'area del triangolo di vertici: $\mathrm{A}(-4\,;-1)$, $\mathrm{B}(2\,;-3)$, $\mathrm{C}(-1\,;3)$.

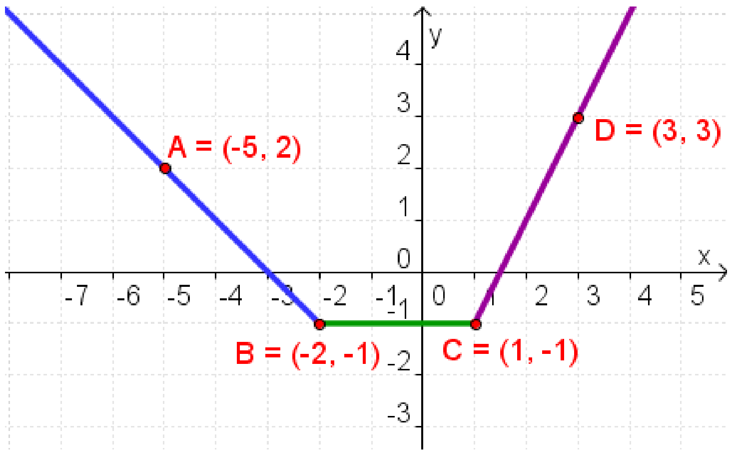
3. Scrivi l'equazione della retta passante per il punto $P\ (2\,;-1)$ e :
   a. perpendicolare all'asse y ;
   b. parallela alla retta s: $3x - y = 0$;
   c. perpendicolare alla retta t: $3x + 2y - 4 = 0$;
   d. passante per il punto $Q\ (-1\,;3)$;
   e. avente ordinata all'origine uguale a 4 .

Soluzione

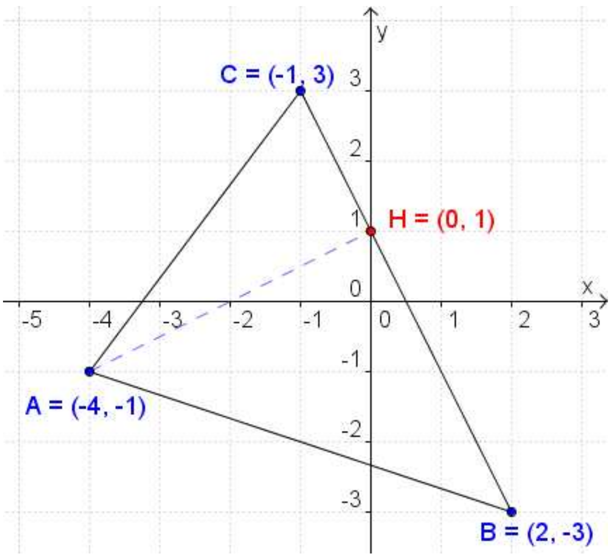
1. Traccia il grafico della funzione $f(x) = \begin{cases} -x-3 & se\ \ x \le -2 \\ -1 & se\ -2 < x < 1 \\ 2x-3 & se\ \ x \ge 1 \end{cases}$

	x	y
A	-5	2
B	-2	-1

	x	y
C	1	-1
D	3	3



2. Calcola il perimetro e l'area del triangolo di vertici:
   $A(-4\,;-1),\ B(2\,;-3)\ ,\ C(-1\,;3)$.



<u>*Soluzione*</u>

La misura del lato AB è

$\overline{AB} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} =$

$= \sqrt{(-4-2)^2 + (-1+3)^2} =$

$= \sqrt{36+4} = \sqrt{40} = \sqrt{4}\cdot\sqrt{10} = 2\sqrt{10}$.

La misura del lato BC è

$\overline{BC} = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} =$

$= \sqrt{(2+1)^2 + (-3-3)^2} =$

$= \sqrt{9+36} = \sqrt{45} = \sqrt{9}\cdot\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$.

La misura del lato AC è

$\overline{AC} = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2} =$

$= \sqrt{(-4+1)^2 + (-1-3)^2} =$

$= \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$.

Il perimetro del triangolo ABC misura

$p = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = 2\sqrt{10} + 3\sqrt{5} + 5$.

L'equazione della retta BC è:

$\dfrac{y - y_B}{y_C - y_B} = \dfrac{x - x_B}{x_C - x_B}$; $\quad \dfrac{y+3}{3+3} = \dfrac{x-2}{-1-2}$; $\quad \dfrac{y+3}{6} = \dfrac{x-2}{-3}$; $\quad y + 3 = -2x + 4$; $\quad y = -2x + 1$.

Il coefficiente angolare della retta BC è $\quad m_{BC} = -2$.

Essendo la retta AH perpendicolare alla retta BC, $\ m_{AH} = -\frac{1}{m_{BC}} = +\frac{1}{2}$.

L'equazione della retta AH è:

$y - y_A = m_{AH}\cdot(x - x_A)$; $\quad y + 1 = \dfrac{1}{2}\cdot(x+4)$; $\quad y + 1 = \dfrac{1}{2}x + 2$; $\quad y = \dfrac{1}{2}x + 1$.

Le coordinate del punto H sono :

$H : \begin{cases} BC \\ AH \end{cases} \quad \begin{cases} y = -2x+1 \\ y = \dfrac{1}{2}x + 1 \end{cases} \quad \begin{cases} - - - \\ -2x + 1 = \dfrac{1}{2}x + 1 \end{cases} \quad \begin{cases} \\ -4x = x \end{cases} \quad \begin{cases} \\ -5x = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow \quad H(0\,;1)$

La misura dell'altezza AH è

$$\overline{AH} = \sqrt{(x_A - x_H)^2 + (y_A - y_H)^2} = \sqrt{(-4-0)^2 + (-1-1)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} = 2\sqrt{5} \ .$$

Calcoliamo infine l'area del triangolo ABC :

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{AH} = \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5} = 15 \ .$$

3. Scrivi l'equazione della retta passante per il punto $P\ (2\,;-1)$ e :
    a. perpendicolare all'asse y ;
    b. parallela alla retta $s\colon\ 3x - y = 0$;
    c. perpendicolare alla retta $t\colon\ 3x + 2y - 4 = 0$;
    d. passante per il punto $Q\ (-1\,;3)$;
    e. avente ordinata all'origine uguale a 4 .

<u>*Soluzione*</u>

a. La retta perpendicolare all'asse y ha equazione del tipo $y = q$.
Dovendo passare per il punto $P\ (2\,;-1)$ *la sua equazione è* $y = -1$.

b. Il coefficiente angolare della retta $s\colon\ 3x - y = 0$; $\quad y = 3x \quad$ *è* $m_S = 3$.
La retta passante per il punto $P\ (2\,;-1)$ *e parallela alla retta s ha equazione:*
$y - y_P = m_S \cdot (x - x_P)$; $\quad y + 1 = 3 \cdot (x - 2)$; $\quad y + 1 = 3x - 6$; $\quad y = 3x - 7$.

c. Il coefficiente angolare della retta $t\colon\ 3x + 2y - 4 = 0$ *è* $m_t = -\frac{a}{b} = -\frac{3}{2}$.
La retta passante per il punto $P\ (2\,;-1)$ *e perpendicolare alla retta t ha equazione:*
$y - y_P = -\frac{1}{m_t} \cdot (x - x_P)$; $\quad y + 1 = \frac{2}{3} \cdot (x - 2)$; $\quad y + 1 = \frac{2}{3}x - \frac{4}{3}$; $\quad y = \frac{2}{3}x - \frac{7}{3}$.

d. L'equazione della retta passante per i punti $P\ (2\,;-1)$ *e* $Q\ (-1\,;3)$ *ha equazione:*
$\dfrac{y - y_Q}{y_P - y_Q} = \dfrac{x - x_Q}{x_P - x_Q}$; $\quad \dfrac{y - 3}{-1 - 3} = \dfrac{x + 1}{2 + 1}$; $\quad \dfrac{y - 3}{-4} = \dfrac{x + 1}{3}$; $\quad 3 \cdot (y - 3) = -4 \cdot (x + 1)$;
$3y - 9 = -4x - 4$; $\quad 3y = -4x - 4 + 9$; $\quad 3y = -4x + 5$; $\quad y = -\dfrac{4}{3}x + \dfrac{5}{3}$.

e. Avere ordinata all'origine uguale a 4 equivale a dire che passa per il punto $R\ (0\,;4)$
L'equazione della retta passante per i punti $P\ (2\,;-1)$ *e* $R\ (0\,;4)$ *ha equazione:*
$\dfrac{y - y_R}{y_P - y_R} = \dfrac{x - x_R}{x_P - x_R}$; $\quad \dfrac{y - 4}{-1 - 4} = \dfrac{x - 0}{2 - 0}$; $\quad \dfrac{y - 4}{-5} = \dfrac{x}{2}$; $\quad 2 \cdot (y - 4) = -5x$;
$2y - 8 = -5x$; $\quad 2y = -5x + 8$; $\quad y = -\dfrac{5}{2}x + 4$.