

Prova di Matematica : Equazioni e Problemi di I grado

Alunno: _____ Classe: 1 A L. Scientifico

1. Risolvi le seguenti equazioni nell'incognita x :

$$50 - (2 - 2x)^3 = -6 \cdot (2x - 5)^2 + 8x^3$$

$$\frac{1}{2x-1} + \frac{2x^2 + 5x - 9}{4x^3 + 8x^2 - x - 2} = \frac{3}{3x+6}$$

$$\frac{2-x}{3} - \left[\frac{1}{3}(x+1) - \left(1 + \frac{x}{3}\right) \right] - 1 = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}(x-3)$$

$$\frac{x+2}{x-2} - \frac{x}{mx-2m-x+2} = 0;$$

2. Data la formula $s = ab - \frac{3}{2}cd^2$, ricava la formula inversa della variabile c .

3. In un trapezio isoscele la base maggiore è il doppio della base minore e i lati obliqui sono lunghi un centimetro in meno della base minore. Sapendo che il perimetro del trapezio è di 28 cm, determina la lunghezza dei lati.

Soluzione

1. Risolvi le seguenti equazioni nell'incognita x :

$$\begin{aligned}50 - (2 - 2x)^3 &= -6 \cdot (2x - 5)^2 + 8x^3; \\50 - (8 - 8x^3 - 24x + 24x^2) &= -6 \cdot (4x^2 + 25 - 20x) + x^3; \\50 - 8 + 8x^3 + 24x - 24x^2 &= -24x^2 - 150 + 120x + 8x^3; \\50 - 8 + 24x &= -150 + 120x; \\24x - 120x &= -150 - 50 + 8; \\-96x &= -150 - 50 + 8; \\-96x &= -192; \\x &= 2.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{2-x}{3} - \left[\frac{1}{3}(x+1) - \left(1 + \frac{x}{3}\right) \right] - 1 &= \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}(x-3); \\\frac{2-x}{3} - \left[\frac{x}{3} + \frac{1}{3} - 1 - \frac{x}{3} \right] - 1 &= \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}x + 1; \\\frac{2-x}{3} - \left[\frac{1}{3} - 1 \right] - 1 &= +1; \\\frac{2-x}{3} - \left[-\frac{2}{3} \right] - 1 &= +1; \\\frac{2-x}{3} + \frac{2}{3} - 1 &= +1; \\2-x+2-3 &= 3; \\-x &= 3-2-2+3; \\-x &= 2; \\x &= -2.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{2x-1} + \frac{2x^2+5x-9}{4x^3+8x^2-x-2} &= \frac{3}{3x+6}; \\\frac{1}{2x-1} + \frac{2x^2+5x-9}{4x^2(x+2)-(x+2)} &= \frac{3}{3(x+2)}; \\\frac{1}{2x-1} + \frac{2x^2+5x-9}{(4x^2-1)(x+2)} &= \frac{1}{x+2}; \\\frac{1}{2x-1} + \frac{2x^2+5x-9}{(2x+1)(2x-1)(x+2)} &= \frac{1}{x+2}\end{aligned}$$

$$C.E.: x \neq \mp \frac{1}{2} \quad \wedge \quad x \neq -2$$

$$m.c.m. = (2x+1)(2x-1)(x+2)$$

$$\begin{aligned}(2x+1)(x+2) + 2x^2 + 5x - 9 &= (2x+1)(2x-1); \\2x^2 + 4x + x + 2 + 2x^2 + 5x - 9 &= 4x^2 - 1; \\4x + x + 5x &= -1 - 2 + 9; \\10x = 6; \quad x &= \frac{6}{10}; \quad x = \frac{3}{5} \quad \text{Accettabile.}\end{aligned}$$

$$\frac{x+2}{x-2} - \frac{x}{mx-2m-x+2} = 0;$$

$$\frac{x+2}{x-2} - \frac{x}{m(x-2)-(x-2)} = 0;$$

$$\frac{x+2}{x-2} - \frac{x}{(x-2)(m-1)} = 0;$$

$$(x+2) \cdot (m-1) - x = 0;$$

$$mx - x + 2m - 2 - x = 0;$$

$$mx - 2x = 2 - 2m;$$

$$(m-2)x = 2 - 2m \quad \text{Discussione}$$

Se $m-2=0$ cioè $m=2 \Rightarrow 0x = -2$ Equazione impossibile

Se $m-2 \neq 0$ cioè $m \neq 2 \Rightarrow (m-2)x = 2 - 2m; \quad x = \frac{2-2m}{m-2}$ Equazione determinata

Tale soluzione è accettabile se è diversa da 2:

$$\frac{2-2m}{m-2} \neq 2; \quad 2-2m \neq 2(m-2); \quad 2-2m \neq 2m-4; \quad -4m \neq -6; \quad m \neq \frac{3}{2}.$$

Riepilogando:

Parametro	Tipo di equazione	Soluzione
$m = 1$	Perde significato	—
$m = 2 \vee m = \frac{3}{2}$	Equazione impossibile	$\nexists x \in \mathbb{R}$
$m \neq 1 \wedge m \neq 2 \wedge m \neq \frac{3}{2}$	Equazione determinata	$x = \frac{2-2m}{m-2}$

$$C.E.(P): m \neq 1$$

$$C.A.(I): x \neq 2$$

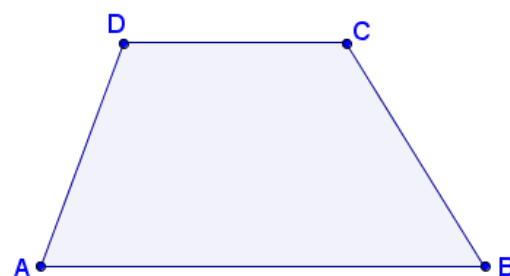
$$m.c.m. = (x-2)(m-1)$$

2. Data la formula $s = ab - \frac{3}{2}cd^2$, ricava la formula inversa della variabile c.

Soluzione

$$\frac{3}{2}cd^2 = ab - s; \quad 3cd^2 = 2ab - 2s; \quad c = \frac{2ab - 2s}{3d^2}.$$

3. In un trapezio isoscele la base maggiore è il doppio della base minore e i lati obliqui sono lunghi un centimetro in meno della base minore. Sapendo che il perimetro del trapezio è di 28 cm, determina la lunghezza dei lati.



Soluzione

Poniamo $\overline{CD} = x$ con $x \in \mathbb{R}^+$.

Si ottiene: $\overline{AB} = 2x$ e $\overline{AD} = x - 1$.

Essendo il perimetro del trapezio uguale a 28 cm si ottiene:

$$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{AD} = 28 \text{ cm}; \quad 2x + x + x - 1 + x - 1 = 28; \quad 5x = 30; \quad x = 6.$$

Pertanto $\overline{CD} = 6 \text{ cm}$, $\overline{AB} = 12 \text{ cm}$, $\overline{BC} = \overline{AD} = 5 \text{ cm}$.