

1. Siano $A = \{x \in N / x = 2n - 1 \wedge 1 \leq n < 6\}$, $B = \{x \in N / x = n^2 \wedge 0 < n < 5\}$ e $C = \{x \in N / x \text{ è una cifra del numero } 23249\}$ tre insiemi definiti nell'insieme universo N . Dopo averli rappresentati per elencazione e tramite diagramma di Eulero-Venn, determina: $B - (A \cup C)$ e $A \cap (\overline{B \cup C})$.
2. Da un'indagine condotta su una popolazione è risultato che:

83 bevono sia vino sia latte	146 bevono sia vino sia birra	592 bevono vino
24 bevono sia vino sia latte sia birra	56 bevono sia latte sia birra	584 bevono latte
79 non bevono alcuna delle bevande citate	341 bevono birra	

Quante persone intervistate bevono solo vino e birra? Quante persone intervistate bevono una sola bevanda?
3. Quante diverse password di quattro caratteri diversi si possono generare usando i seguenti caratteri: A,B,C,D,E.
4. Determina le negazioni delle seguenti proposizioni :
 p : "qualche volta dopo pranzo prendo il caffè" q : "se mangio la pizza, bevo la birra"
5. Date le proposizioni A: «4 è un multiplo di 5», B: «5 è un numero primo» e C: «6 è un numero pari», esprimi in linguaggio naturale la proposizione $\overline{C} \leftrightarrow (A \wedge B)$ e determina il suo valore di verità.
6. Di un furto sono stati incriminati tre persone, Aldo, Giovanni e Giacomo. Durante l'interrogatorio al commissariato di Polizia sono stati accertati i seguenti fatti:
 - ✚ la refurtiva è stata portata via in furgone;
 - ✚ nessuna altra persona era incriminato del furto;
 - ✚ Giacomo non ruba senza la complicità di Aldo (e possibilmente di altri)
 - ✚ Giovanni non sa guidareAldo è colpevole o innocente? Spiega il procedimento seguito.

Soluzione

1. Siano $A = \{x \in \mathbb{N} / x = 2n - 1 \wedge 1 \leq n < 6\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} / x = n^2 \wedge 0 < n < 5\}$ e $C = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ è una cifra del numero } 23249\}$ tre insiemi definiti nell'insieme universo N . Dopo averli rappresentati per elencazione e tramite diagramma di Eulero-Venn, determina: $B - (A \cup C)$ e $A \cap (\overline{B \cup C})$.

Soluzione

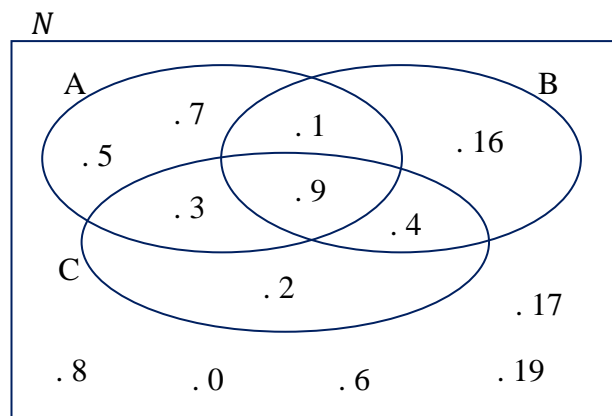
$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$B = \{1, 4, 9, 16\}$$

$$C = \{2, 3, 4, 9\}$$

$$B - (A \cup C) = \{16\}$$

$$A \cap (\overline{B \cup C}) = \{5, 7\}$$



2. Da un'indagine condotta su una popolazione è risultato che:

83 bevono sia vino sia latte

146 bevono sia vino sia birra

592 bevono vino

24 bevono sia vino sia latte sia birra

56 bevono sia latte sia birra

584 bevono latte

79 non bevono alcuna delle bevande citate

341 bevono birra

Quante persone intervistate bevono solo vino e birra? Quante persone intervistate bevono una sola bevanda?

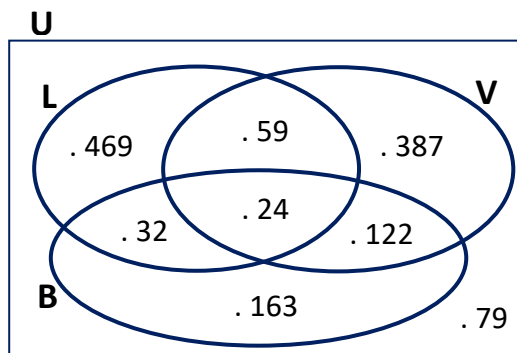
Soluzione

Indichiamo con L l'insieme degli intervistati che bevono latte.

Indichiamo con V l'insieme degli intervistati che bevono vino.

Indichiamo con B l'insieme degli intervistati che bevono birra.

$$\text{Dati} \begin{cases} |L| = 584 \\ |V| = 592 \\ |B| = 341 \\ |L \cup V \cup B| = 79 \\ |V \cap B| = 146 \\ |L \cap B| = 56 \\ |L \cap V| = 83 \\ |V \cap L \cap B| = 24 \end{cases}$$



$$|(V \cap B) - L| = ?$$

$$|L - (B \cup V)| +$$

$$|V - (L \cup B)| +$$

$$|B - (V \cup L)| = ?$$

$$|(L \cap V) - B| = |L \cap V| - |V \cap L \cap B| = 83 - 24 = 59.$$

$$|(L \cap B) - V| = |L \cap B| - |V \cap L \cap B| = 56 - 24 = 32.$$

$$|(V \cap B) - L| = |V \cap B| - |V \cap L \cap B| = 146 - 24 = 122.$$

$$|L - (B \cup V)| = |L| - |V \cap L \cap B| - |(L \cap V) - B| - |(L \cap B) - V| = 584 - 24 - 59 - 32 = 469.$$

$$|V - (L \cup B)| = |V| - |V \cap L \cap B| - |(L \cap V) - B| - |(V \cap B) - L| = 592 - 24 - 59 - 122 = 387.$$

$$|B - (L \cup V)| = |B| - |V \cap L \cap B| - |(L \cap B) - V| - |(V \cap B) - L| = 341 - 24 - 32 - 122 = 163.$$

$$|(V \cap B) - L| = 122$$

$$|L - (B \cup V)| + |V - (L \cup B)| + |B - (L \cup V)| = 469 + 387 + 163 = 1019.$$

Pertanto,

122 persone intervistate bevono solo vino e birra

1019 persone intervistate bevono una sola bevanda.

3. Quante diverse password di quattro caratteri diversi si possono generare usando i seguenti caratteri: A,B,C,D,E.

Soluzione

Le password sono: $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120$.

C	E	A	D
5	4	3	2

4. Determina le negazioni delle seguenti proposizioni :

p : “qualche volta dopo pranzo prendo il caffè”

\bar{p} : “Dopo pranzo non prendo mai il caffè”

q : “se mangio la pizza, bevo la birra”

Indichiamo con a : "Mangio la pizza" e con b : “bevo la birra”

“se mangio la pizza, bevo la birra”, in linguaggio simbolico diventa $a \rightarrow b$

La negazione di $a \rightarrow b$ è $\overline{a \rightarrow b} = \overline{\bar{a} \vee b} = \bar{\bar{a}} \wedge \bar{b} = a \wedge \bar{b}$ cioè

$a \wedge \bar{b}$: “mangio la pizza e non bevo la birra”

5. Date le proposizioni A: «4 è un multiplo di 5», B: «5 è un numero primo» e C: «6 è un numero pari», esprimi in linguaggio naturale la proposizione $\bar{C} \leftrightarrow (A \wedge B)$ e determina il suo valore di verità.

Soluzione

$\bar{C} \leftrightarrow (A \wedge B)$: «6 non è un numero pari se e solo se 4 è un multiplo di 5 e 5 è un numero primo»

A	B	C	\bar{C}	$A \wedge B$	$\bar{C} \leftrightarrow (A \wedge B)$
F	V	V	F	F	V

Dalla tavola di verità si deduce che la proposizione $\bar{C} \leftrightarrow (A \wedge B)$ è vera.

Di un furto sono stati incriminati tre persone, Aldo, Giovanni e Giacomo. Durante l’interrogatorio al commissariato di Polizia sono stati accertati i seguenti fatti:

- 🚔 la refurtiva è stata portata via in furgone;
- 🚔 nessuna altra persona era incriminato del furto;
- 🚔 Giacomo non ruba senza la complicità di Aldo (e possibilmente di altri)
- 🚔 Giovanni non sa guidare

Aldo è colpevole o innocente?

Soluzione

Questo problema può essere risolto utilizzando una tabella dove riportiamo i casi possibili.

Utilizziamo il simbolo I per indicare “innocente” e il simbolo C per indicare colpevole.

	Aldo	Giovanni	Giacomo	Analisi dei dati
1	I	I	I	La riga 1 viene eliminata perché altrimenti risulterebbero tutti e tre innocenti.
2	I	I	C	La riga 2 viene eliminata perché Giacomo non ruba mai da solo.
3	I	C	I	La riga 3 viene eliminata perché Giovanni non sa guidare.
4	I	C	C	La riga 4 viene eliminata perché Giacomo non ruba senza la complicità di Aldo.
5	C	I	I	Le ultime 4 righe verificano tutti i dati. Quindi una di esse contiene la verità. Poiché in tutte queste 4 righe Aldo è sempre colpevole, si conclude che Aldo è colpevole.
6	C	I	C	
7	C	C	I	
8	C	C	C	