

## Prova di Matematica : Frazioni algebriche

Alunno: \_\_\_\_\_ Classe: 2B L. Classico

A. Scomponi in fattori i seguenti polinomi:

$4a^2 - 12ax + 9x^2$

$18x^2y + 12x$

$4y^4 - a^2$

$z^3 - 1$

$5a^3 + 5a^2 - ax - x$

$2a^3 - 2a^2 - 12a$

$3x^3 - 8x^2 + 3x + 2$

B. Determina il campo di esistenza delle seguenti frazioni algebriche:

$\frac{5-y}{4xy^3 \cdot (a-5)}$	C.E.:
$\frac{2b+1}{2x^2+6x}$	C.E.:

C. Dopo aver determinato le condizioni di esistenza, semplifica le seguenti frazioni algebriche:

$\frac{2x-4y}{ax-2ay}$

$\frac{16+9x^2-24x}{4xy^2-3x^2y^2}$

$\frac{3x}{4a^2} + \frac{5x}{6ab^3} - \frac{x}{3ab^3}$

$\frac{x+1}{x-2} - \frac{5-3x}{x+3} - \frac{3x^2+7}{x^2+x-6}$

$\frac{x^2-2x+1}{x^4-4x^2} \cdot \frac{x^3-2x^2}{x^2-1} : \frac{x-1}{3x+6}$

## Soluzione

A. Scomponi in fattori i seguenti polinomi:

$$4a^2 - 12ax + 9x^2 = (2a - 3x)^2$$

$$18x^2y + 12x = 6x \cdot (3xy + 2)$$

$$4y^4 - a^2 = (2y^2 + a) \cdot (2y^2 - a)$$

$$z^3 - 1 = (z - 1) \cdot (z^2 + z + 1)$$

$$5a^3 + 5a^2 - ax - x = 5a^2(a + 1) - x(a + 1) = (a + 1)(5a^2 - x)$$

$$2a^3 - 2a^2 - 12a = 2a \cdot (a^2 - a - 6) =$$

$$= 2a \cdot (a + 2)(a - 3).$$

$p = -6$		$s = -1$
+2	-3	-1

$$3x^3 - 8x^2 + 3x + 2 =$$

$$\begin{array}{r|rrr|r} 1 & 3 & -8 & +3 & +2 \\ & & +3 & -5 & -2 \\ \hline & 3 & -5 & -2 & = \end{array}$$

$$= (x - 1)(3x^2 - 5x - 2) =$$

$$\begin{array}{r|rr|r} 2 & 3 & -5 & -2 \\ & & +6 & +2 \\ \hline & 3 & +1 & = \end{array}$$

$$= (x - 1)(x - 2)(3x + 1).$$

B. Determina il campo di esistenza delle seguenti frazioni algebriche:

$\frac{5 - y}{4xy^3 \cdot (a - 5)}$	$C.E.: x \neq 0 \wedge y \neq 0 \wedge a \neq 5$
$\frac{2b + 1}{2x^2 + 6x} = \frac{2b + 1}{2x(x + 3)}$	$C.E.: x \neq 0 \wedge x \neq -3$

C. Semplifica le seguenti frazioni algebriche:

$$\frac{2x - 4y}{ax - 2ay} = \frac{2(x - 2y)}{a(x - 2y)} = \frac{2}{a}$$

$$C.E.: a \neq 0 \wedge x \neq 2y$$

$$\frac{16 + 9x^2 - 24x}{4xy^2 - 3x^2y^2} = \frac{(4 - 3x)^2}{xy^2(4 - 3x)} = \frac{4 - 3x}{xy^2}$$

$$C.E.: x \neq 0 \wedge y \neq 0 \wedge x \neq \frac{4}{3}$$

$$\frac{3x}{4a^2} + \frac{5x}{6ab^3} - \frac{x}{3ab^3} =$$

$$C.E.: a \neq 0 \wedge b \neq 0$$

$$= \frac{9b^3x + 10ax - 4ax}{12a^2b^3} = \frac{9b^3x + 6ax}{12a^2b^3} = \frac{9x(b^3 + 2a)}{12a^2b^3} = \frac{3x(b^3 + 2a)}{4a^2b^3}.$$

$$\frac{x+1}{x-2} - \frac{5-3x}{x+3} - \frac{3x^2+7}{x^2+x-6} =$$

$$C.E.: \quad x \neq 2 \quad \wedge \quad x \neq -3$$

$$\begin{aligned} &= \frac{x+1}{x-2} - \frac{5-3x}{x+3} - \frac{3x^2+7}{(x-2)(x+3)} = \\ &= \frac{(x+3)(x+1) - (x-2)(5-3x) - (3x^2+7)}{(x-2)(x+3)} = \\ &= \frac{x^2+x+3x+3 - (5x-3x^2-10+6x) - 3x^2-7}{(x-2)(x+3)} = \\ &= \frac{x^2+x+3x+3 - 5x+3x^2+10 - 6x - 3x^2-7}{(x-2)(x+3)} = \\ &= \frac{x^2-7x+6}{(x-2)(x+3)} = \\ &= \frac{(x-1)(x-6)}{(x-2)(x+3)} = \end{aligned}$$

$$\frac{x^2-2x+1}{x^4-4x^2} \cdot \frac{x^3-2x^2}{x^2-1} : \frac{x-1}{3x+6} =$$

$$C.E.: \quad x \neq 0 \quad \wedge \quad x \neq \pm 1 \quad \wedge \quad x \neq \pm 2 .$$

$$\begin{aligned} &= \frac{(x-1)^2}{x^2(x+2)(x-2)} \cdot \frac{x^2 \cdot (x-2)}{(x+1)(x-1)} : \frac{x-1}{3(x+2)} = \\ &= \frac{(x-1)^2}{x^2(x+2)(x-2)} \cdot \frac{x^2 \cdot (x-2)}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{3(x+2)}{x-1} = \\ &= \frac{3}{x+1} . \end{aligned}$$