

**Esercizi per le vacanze estive 2015**

**MATEMATICA**  
**Classe Seconda**

**Per gli allievi promossi con una valutazione quasi sufficiente (voto 5)**

| Capitolo 1<br>Monomi                           | Capitolo 2<br>Polinomi                         | Capitolo 3<br>Scomposizione<br>in fattori                        | Capitolo 4<br>Frazioni<br>algebriche                            | Capitolo 5<br>Disequazioni                                   | Capitolo 6<br>Piano<br>cartesiano<br>Retta                    | Capitolo 7<br>Sistemi lineari                                    | Capitolo 8<br>Radicali                         |
|--|--|--|---|--|---|--|--|
| <i>Tutti gli<br/>esercizi del<br/>capitolo</i> | <i>Tutti gli<br/>esercizi del<br/>capitolo</i> | <i>Primi 10<br/>esercizi di<br/>ogni pagina<br/>del capitolo</i> | <i>Primi 8<br/>esercizi di<br/>ogni pagina<br/>del capitolo</i> | <i>Prima<br/>colonna degli<br/>esercizi del<br/>capitolo</i> | <i>Numeri<br/>dispari degli<br/>esercizi del<br/>capitolo</i> | <i>Primi 10<br/>esercizi di<br/>ogni pagina<br/>del capitolo</i> | <i>Tutti gli<br/>esercizi del<br/>capitolo</i> |

**Per gli allievi promossi con una valutazione sufficiente (voto 6)**

| Capitolo 1<br>Monomi | Capitolo 2<br>Polinomi | Capitolo 3<br>Scomposizione<br>in fattori                       | Capitolo 4<br>Frazioni<br>algebriche                            | Capitolo 5<br>Disequazioni                                   | Capitolo 6<br>Piano<br>cartesiano<br>Retta                    | Capitolo 7<br>Sistemi lineari                                    | Capitolo 8<br>Radicali                         |
|----------------------|------------------------|---|---|--|---|--|--|
|                      |                        | <i>Primi 8<br/>esercizi di<br/>ogni pagina<br/>del capitolo</i> | <i>Primi 8<br/>esercizi di<br/>ogni pagina<br/>del capitolo</i> | <i>Prima<br/>colonna degli<br/>esercizi del<br/>capitolo</i> | <i>Numeri<br/>dispari degli<br/>esercizi del<br/>capitolo</i> | <i>Primi 10<br/>esercizi di<br/>ogni pagina<br/>del capitolo</i> | <i>Tutti gli<br/>esercizi del<br/>capitolo</i> |

**Per gli allievi promossi con una valutazione discreta (voto 7)**

| Capitolo 1<br>Monomi | Capitolo 2<br>Polinomi | Capitolo 3<br>Scomposizione<br>in fattori                       | Capitolo 4<br>Frazioni<br>algebriche                            | Capitolo 5<br>Disequazioni                                   | Capitolo 6<br>Piano<br>cartesiano<br>Retta                    | Capitolo 7<br>Sistemi lineari                                    | Capitolo 8<br>Radicali                         |
|----------------------|------------------------|---|---|--|---|--|--|
|                      |                        | <i>Primi 5<br/>esercizi di<br/>ogni pagina<br/>del capitolo</i> | <i>Primi 5<br/>esercizi di<br/>ogni pagina<br/>del capitolo</i> | <i>Prima<br/>colonna degli<br/>esercizi del<br/>capitolo</i> | <i>Numeri<br/>dispari degli<br/>esercizi del<br/>capitolo</i> | <i>Primi 10<br/>esercizi di<br/>ogni pagina<br/>del capitolo</i> | <i>Tutti gli<br/>esercizi del<br/>capitolo</i> |

**Per gli allievi promossi con una valutazione buona-ottima (voto 8-9)**

| Capitolo 1<br>Monomi | Capitolo 2<br>Polinomi | Capitolo 3<br>Scomposizione<br>in fattori                       | Capitolo 4<br>Frazioni<br>algebriche                            | Capitolo 5<br>Disequazioni                                   | Capitolo 6<br>Piano<br>cartesiano<br>Retta                    | Capitolo 7<br>Sistemi lineari                                   | Capitolo 8<br>Radicali                         |
|----------------------|------------------------|---|---|--|---|---|--|
|                      |                        | <i>Primi 3<br/>esercizi di<br/>ogni pagina<br/>del capitolo</i> | <i>Primi 5<br/>esercizi di<br/>ogni pagina<br/>del capitolo</i> | <i>Prima<br/>colonna degli<br/>esercizi del<br/>capitolo</i> | <i>Numeri<br/>dispari degli<br/>esercizi del<br/>capitolo</i> | <i>Primi 8<br/>esercizi di<br/>ogni pagina<br/>del capitolo</i> | <i>Tutti gli<br/>esercizi del<br/>capitolo</i> |

# 1. MONOMI

Semplifica le seguenti espressioni:

$$\frac{2}{3}x^2y + \left(-\frac{1}{2}xy^2\right) - \left(-\frac{1}{3}x^2y\right) + \left(-\frac{2}{3}xy^2\right)$$

$$\frac{7}{3}x^2y - \frac{7}{2}x^2y + \frac{3}{2}x^2y + \frac{5}{6}x^2y$$

$$\left(-x^2 + \frac{1}{2}y^2 - \frac{1}{3}xy\right) - \left(\frac{2}{3}xy + y^2 - \frac{1}{2}x^2\right) + \left(3xy - x^2 + \frac{1}{2}y^2\right)$$

$$\left[\left(-\frac{1}{2}x^2y\right)^2\right]^3$$

$$-\frac{7}{9}x^4y^2 : \left(\frac{1}{3}x^2y\right) \cdot (-x^2y) : \left(-\frac{1}{3}x^3y\right)$$

$$-\frac{5}{2}xy \left(-\frac{2}{5}x^2y\right) \cdot \left(-\frac{1}{4}xy^2\right)$$

$$\left(-\frac{1}{2}xy\right)^2 + \frac{1}{4}x \cdot (-xy^2) - 6x^3 + 3x^2y + 6x \cdot (-x)^2$$

$$\left(-\frac{2}{3}a^3b^4\right)^2 : \left(\frac{1}{3}a^2b^3\right)$$

$$3a^3x^6 - 2a \cdot (a^3x^4)^2 : (a^2x)^2 - a \cdot (a^2x^5 - 3a^2x^5) \cdot x$$

$$\left\{ \frac{3}{2} \cdot \left[ \left(-\frac{3}{2}x^3y^2\right)^2 : \left(-\frac{3}{2}x^2y\right)^3 - \frac{1}{3}y \right]^3 \cdot (-x)^3 : \left(\frac{3}{2}xy\right)^3 \right\} - \frac{5}{9} \cdot (-x^3y + 2x^3y)^2 : (-x^6y^2)$$

## 2. POLINOMI

Semplifica le seguenti espressioni, utilizzando i prodotti notevoli:

$$(5x^2 - 3y^5) \cdot (5x^2 + 3y^5)$$

$$(3a^2 - 4ab^5)^2$$

$$(x^2 - 3x^5y)^3$$

$$(1 + x^2 - 4x^3y)^2$$

$$(3x^2 - yz^3)^2$$

$$\left(\frac{2}{3}a^2 - 4b^5\right) \cdot \left(\frac{2}{3}a^2 + 4b^5\right)$$

$$(x^2 - 2ay)^3$$

$$(3 - x^2 + 2x^3)^2$$

$$(a + 3b) \cdot (a - 3b) \cdot 3b + (a + 3b)^3 - a \cdot (a + 3b)^2$$

$$(2x + y - z) \cdot (x - 2y + z)$$

$$(x + 2y) \cdot (x - 2y) \cdot (x^2 + 4y^2)$$

$$\left(\frac{1}{2}a + 3b\right)^2$$

$$\left(2x + \frac{1}{3}y - z\right)^2$$

$$\left(\frac{1}{3}x + 3y\right)^3$$

$$(2x - y)^2 - (3x + y) \cdot (3x - y) + 5x^2 - xy$$

$$[(a + b)^3 - (a + b)(a^2 - ab + b^2)]^2 - 2ab(-3ab)^2$$

$$(x + y)^2 - 2y \cdot (x - y) - (x + y) \cdot (y - x)$$

$$[(x + y)^3 - (x + y) \cdot (x^2 - xy + y^2)]^2 - 2xy \cdot (-3xy)^2$$

$$\left(\frac{2}{3}a^2 + \frac{2}{3}b^2\right) \cdot \left(\frac{3}{4}a^2 - \frac{1}{3}b^2\right) + \frac{3}{8}b^2 \left[\left(-\frac{4}{3}a\right)^2 + b\right] - \frac{1}{2}a^2(a^2 + 3b^2)$$

$$\left(a^3b - \frac{1}{3}a^2b^2 + \frac{1}{9}ab^3\right) : \left(-\frac{1}{3}ab\right) + \left(4a^3b^2 - \frac{2}{3}a^2b^3\right) : \left(-\frac{3}{2}a^2b^2\right)$$

$$\left[\left(a^{2n+3}\right)^{2n+1} : \left(a^{2n-1}\right)^{n+1}\right] : \left(a^{n-1}\right)^{2n-1}$$

$$(a^2 - 2b^2) \cdot (-3a + b) - b^2 \cdot (4a - b) - a^2 \cdot (b - 3a) + b \cdot (b^2 - 2ab)$$

$$(x + y - 1) \cdot (x - y - 1) + (x - 2) \cdot (x + 2) + (2 - x)^2$$

$$\left[\left(\frac{1}{2}a - \frac{1}{3}b\right) \cdot \left(\frac{1}{2}a + \frac{1}{3}b\right) - \left(\frac{1}{2}a + \frac{1}{3}b\right)^2 - \left(a + \frac{1}{3}b\right)^3 + \frac{1}{27}b^3 + \frac{2}{5}a^3b^2\right] : \left(-\frac{2}{5}ab\right)$$

$$(x^2 - 3xy + y^2)^2 - (x^2 - y^2) \cdot (x^2 + y^2) - 11x^2y^2 + 3xy \cdot (2x^2 + 2y^2)$$

$$[(2a + b) \cdot (2a - b) \cdot (4a^2 + b^2) - b^4] : (-2a)^3 + 2a$$

$$(x^n + y^{n+2})^2 - (x^n + y^{n+2}) \cdot (x^n - y^{n+2}) - 2y^{2n}(y^4 + x^n)$$

### 3. SCOMPOSIZIONE IN FATTORI

Esegui le seguenti scomposizioni in fattori:

$$24a^4b^3 - 18a^3b^4 + 30ab^6$$

$$x^2 + 64 - 16x$$

$$x^6 + 8b^9$$

$$8a - 8 + 8x - 4ax - 2a^2 - 2x^2$$

$$3x^2 + 2x - 5$$

$$a^4 - b^8$$

$$2a^2x^2 - 3a^2y^2 - 2b^2x^2 + 3b^2y^2$$

$$16x^6 - 9y^4 - 12y^2z^2 - 4z^6$$

$$64a^{6n} - 125b^{3m}$$

$$5a^5 + 5a^4 - 55a^3 - 45a^2 + 90a$$

$$12b^2y^2 + 6b^2y + 24b^2 - 6by^2 - 3by - 12b$$

$$-3a^3bx^2 - 9a^3by^2 + 12ab^3x^2 + 36ab^3y^2$$

$$16a^4 - 40a^2y^2 + 25y^4 - x^4$$

$$4x^2 - a^4 + 9a^2 - 12ax$$

$$a^2m + a^2n - 9b^2m - 9b^2n$$

$$25a^4b^2 - 40a^2b + 16 - 9c^4$$

$$-4x^6 - 4x^5 + 3x^4 + 2x^3 - x^2$$

$$3x^3y^2 - 18x^2y^3 + 24xy^4$$

$$6am^4n + 3m^4n - 6am^2n^3 - 3m^2n^3$$

$$4x^2 + 64 + 32x$$

$$4x^3 - 6ax^2y + 4x^2y - 6axy$$

$$2a^3 - 16$$

$$3x^2 - 5x + 2$$

$$2x^3 - x^2 - 5x - 2$$

$$5a^4 - 5$$

Rispondi ai seguenti quesiti:

Il binomio  $x^3 - 27$  è divisibile per il binomio  $(x - 3)$ ? Se sì, perché?

Il binomio  $x^3 - 27$  è divisibile per il binomio  $(x + 3)$ ? Se sì, perché?

Per quale valore di  $k$  il polinomio  $(x^2 + kx - 5)$  è divisibile per il binomio  $x + 1$ ?

Calcola il M.C.D. e il m.c.m. dei seguenti gruppi di polinomi.

$$a^3 + a^2b - 2a^2 - 2ab + a + b; \quad 25a^2 - 25; \quad 5a^3 - 10a^2 + 5a$$

$$4a^{2m} - 4b^{2m}; \quad a^{4m} + b^{4m} - 2a^{2m}b^{2m}; \quad 3a^m + 3b^m$$

$$x^2 + 4xy + 3y^2 + 3x + 3y; \quad x^2 - 9 + 6xy - 9y^2; \quad x^2 + 9y^2 + 9 + 6xy + 6x + 18y$$

$$x^{2m} - y^{2m}; \quad x^{2m} + y^{2m} - 2x^m y^m; \quad 3x^m + 3y^m$$

1. Determina quoziente e resto delle seguenti divisioni ed esegui la prova:

$$(-15y^2 - 11y + 2y^5 + 5) : (2y - 1)$$

$$(-15y^3 + 12y^2 + 12y^4 - 11y + 5) : (3y^2 + 2y - 1)$$

$$(12y^6 - 15y^3 + 12y^2 + 9) : (3y^2 + 2y)$$

$$(-15y^2 + 9y^3 + 12y^4 - y + 5) : (2y + 3y^2 - 1)$$

$$(18y^4 - 12y^2 - y + 5) : (3y^2 + 2y - 1)$$

$$(12y^5 - 10y^3 + 2y^2 + 6) : (y^2 + 2y - 4)$$

$$(12y^5 + 10y^3 + 2y^2 + 6) : (2y^2 - y - 4)$$

$$(18y^4 - y + 5) : (3y^2 - 1)$$

$$(8y^6 - 27) : (2y^2 - 3)$$

$$(y^3 - 8) : (y - 2)$$

$$(y^3 + 1) : (y + 1)$$

$$(y^4 - 16) : (y - 2)$$

$$(y^5 - 1) : (y - 1)$$

$$(y^3 + 64) : (y + 4)$$

$$(y^3 - 64) : (y - 4)$$

$$(8y^3 + 1) : (2y + 1)$$

$$(8y^3 - 1) : (2y - 1)$$

$$\left(\frac{2}{3}a^4 + \frac{1}{3}a^2 + 4a + 7\right) : (2a + 1)$$

2. Utilizzando la regola di Ruffini, effettua le seguenti divisioni ed esegui la prova.

$$(2x^5 - 5x - x^3 - 4) : (x^2 + 1 - 2x)$$

$$(a^2 - a + 3 - 2a^3) : (a - 1)$$

$$(12y^5 + 10y^3 + 2y^2 + 6) : (y - 4)$$

$$(12y^4 + 10y^3 + 2y^2 + 6) : (y + 4)$$

$$(12y^6 + 10y^3 + 2y^2 + 6) : (y + 3)$$

$$(12y^5 + 2y^2 + 6) : (y + 1)$$

$$(12y^5 + 2y^2 + 6) : (y - 1)$$

$$(2x^3 + 5x^2 - 3x + 4) : (x + 1)$$

$$(2y^5 - 15y^2 - 11y + 5) : (2y - 1)$$

$$(4x^5 + 2x^2 - 3x + 4) : (2x + 3)$$

$$(y^3 - 8) : (y - 2)$$

$$(y^3 + 1) : (y + 1)$$

$$(y^4 - 16) : (y - 2)$$

$$(y^5 - 1) : (y - 1)$$

$$(y^3 + 64) : (y + 4)$$

$$(8y^3 + 1) : (2y + 1)$$

$$(8y^3 - 1) : (2y - 1)$$

$$(y^3 - 64) : (y - 4)$$

#### 4. FRAZIONI ALGEBRICHE

Determina le condizioni di esistenza delle seguenti frazioni algebriche:

$$\frac{x-3}{x^2-4x+4};$$

$$\frac{x+2}{x^2+5x+6} : \frac{x-3}{2}$$

$$\frac{x^2+2x-3}{x^3+6x^2+9x}$$

$$\frac{x+2}{x^2+6x+5}$$

Semplifica le seguenti frazioni algebriche:

$$\frac{3y^3-11y^2-6y+8}{y^2-4y+3}$$

$$\frac{x^4-y^4}{x^3+x^2y+xy^2+y^3}$$

$$\frac{a-ab+2-2b}{a^2b-a^2b^2}$$

$$\frac{x^3+x^2-2x-8}{x-2}$$

$$\frac{a^2-4ax+4x^2-9y^2}{a^2-4x^2-9y^2+12xy}$$

$$\frac{x^2+4x-5}{x^3+50x^2+25x}$$

$$\frac{3x^2-3}{a^2-4a+4} : \frac{ax-3x-a+3}{a^2-5a+6}$$

$$\left(\frac{2a}{a-3} - \frac{12}{a^2-8a+15}\right) \cdot \frac{a-5}{a-6}$$

$$\frac{y^3-x^3}{2x^2y} + \frac{1}{6} - \frac{3y^2+4x^2}{6x^2}$$

$$\frac{x+2y}{2x-4y} + \frac{2y-x}{4y+2x} + \frac{8y^2}{x^2-4y^2} : \frac{8y}{x-2y}$$

$$\frac{a+3}{a+5} + \frac{a+1}{a^2+8a+15} - \frac{a+5}{a+3}$$

$$\left(\frac{2a-b}{2a+b} - \frac{2a+b}{2a-b}\right) \cdot \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{4a}\right)$$

$$\frac{1}{x+1} - \frac{x+1}{x^2-4x+4} + \frac{3}{x^2-x-2}$$

$$\left(\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y}\right) \cdot \frac{x^2-y^2}{2xy}$$

$$\left(\frac{a}{a^3-a^2-4a+4} - \frac{1}{a^2-4a+4} - \frac{a}{a^3-2a^2-4a+8}\right) : \frac{1}{a^2+a-2}$$

$$\left[\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right) : \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)\right] : \frac{a+b}{ab}$$

$$\left(\frac{a+1}{a^2+a+1} + \frac{1}{1-a} - \frac{2a}{a^3-1}\right) : \left(\frac{1}{a^2+a+1} - 1\right) - \frac{1}{a^2-1}$$

$$\left(\frac{1}{a+1} - \frac{a}{1-a}\right) : \left(1 + \frac{1}{a^2-1}\right)$$

$$\left[ -\left(\frac{a+1}{a+2}\right)^{-2} \right]^{-1} \cdot \left(\frac{a+1}{a+2}\right)^{-3} : \frac{(a+2)^3}{a-1}$$

$$\left(\frac{x+2}{x-4}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{x^2+6x+8}{x^2-16}\right)^2 : \left(\frac{x+4}{x+2}\right)^{-1}$$

$$\left(\frac{10x+5}{x^3+3x^2-4x-12} + \frac{x-2}{x^2+5x+6}\right) : \left(\frac{2x+5}{x^2-4} + \frac{x+2}{x-2}\right) + \frac{2}{3+x}$$

$$\frac{x^3-6x^2+12x-8}{4-x^2} : \frac{x^2-4x+4}{x^2+9x+14} \cdot \frac{3}{x^2+14x+49}$$

$$\frac{x}{x^2-2x+1} - \frac{x}{x^3-3x^2+3x-1} + \frac{1}{1-x}$$

$$\left(\frac{x+1}{x^2+7x+12} + \frac{3}{x+3} - \frac{3}{x+4}\right)^2 : \left(\frac{1}{x+3}\right)^3$$

$$\frac{9a^2-1}{9a^2+3a+1} : \frac{9a+3}{27a^3-1} \cdot \frac{2}{9a^2-6a+1}$$

$$\frac{a^2}{ax-a^2-bx+ab} + \frac{b^2}{bx-b^2-ax+ab} - \frac{ax+bx-ab}{x^2-ax-bx+ab}$$

$$\left(\frac{x^{3n}+3}{x^{2n}-4}\right) \cdot \left(\frac{x^{2n}+4x^n+4}{x^{6n}-9}\right) : \left(\frac{x^n+2}{x^{3n}-3}\right)$$

$$\frac{a^{2n}-1}{a^{2n}-2a^n+1} : \frac{3a^{2n}-3a^n-6}{6a^n-6} : \frac{9a^n}{a^{2n}-4}$$

$$\frac{a^2-4a+4}{a^2-3a+2} \cdot \frac{a^2-1}{a^2-a-2}$$

$$\frac{3a}{a-b} - \frac{2a^2+ab+2b^2}{a^2-b^2} + \frac{2a}{a+b}$$

$$\left(\frac{b-6}{b^2+3b-4} + \frac{1}{b-1} - \frac{2}{b+4}\right) : \frac{1}{b^2-1}$$

$$\frac{9-x^2}{x^2+x-2} \cdot \frac{x^2-2x+1}{x^2+8x+15}$$

$$\frac{x^2y-xy^2}{x^2-y^2} + \frac{x^3+x^2y}{x^2+2xy+y^2} - \frac{x^2-2xy}{x-y}$$

$$\frac{x+1}{2-x} \cdot \left(\frac{1}{2-x} + \frac{5}{x^2-x-2}\right) : \frac{4-x}{x^2-4x+4}$$



## 5. DISEQUAZIONI

Risolvi le seguenti disequazioni:

6.  $3x - 6 < 7 - 6x$

7.  $2 - (3x - 6) < 7 - 6(x - 2)$

8.  $\frac{x-1}{2} - \frac{3}{4} < 5 - \frac{7}{6}x$

9.  $(2x + 3)(2x - 3) - (2x - 1)^2 \geq -2(x + 3) - 3(2 + x)$

10.  $\frac{x^2}{4} - \frac{1}{2}\left(x - \frac{4}{3}\right) - \left(3 - \frac{x}{2}\right)^2 < \frac{2x+5}{2} - \frac{x-1}{3} - 2$

11.  $(x - 1)^2 - (x - 1)^3 - 6x\left(x - \frac{1}{2}\right) > (x + 1)^2 - (x + 1)^3$

12.  $\frac{(x-1)^2}{2} - \left(\frac{x-1}{2}\right)^2 - \frac{x^2-6x}{4} \leq -2$

13.  $x^2 - 5x < 0$

14.  $x^2 - 4 < 0$

15.  $x^2 - 7x + 10 \geq 0$

16.  $2 - 9x^2 - (x - 1)^3 \geq 6x - x^2(6 + x) - 1$

17.  $2x^8 - 38x^6 + 60x^5 \geq 0$

18.  $\frac{3}{x} > 0$

19.  $\frac{8}{x} \leq 2x$

20.  $\frac{3}{x} > \frac{5}{x-2}$

21.  $\begin{cases} (x + 1)^2 - 3(x + 1)(x - 1) \leq -2(x^2 - 2) \\ +(x + 2)^2 - 3x^2 > 5 - 2x(x - 3) \end{cases}$

22.  $\begin{cases} 7x + 1 \leq 6 + x \\ x + 3 < \frac{1}{2} \\ 3 - 2x < 4 - 5x \end{cases}$

23.  $|x - 2| - 5 \leq 0$

24.  $3 - |x - 2| \leq 8$

25.  $|2x - 3| - 6 > 7x$

$4x - 7 \geq 5 + 7x$

$3 - (4x - 7) \geq 5 - 2(7x - 1)$

$\frac{1}{2}\left(x - \frac{2}{3}\right) - 3 \geq 1 - \frac{2x-3}{4}$

$x^2 - 5x + 6 < 0$

$x^2 + 6 < 0$

$3x^4 + 6 > 0$

$3x^4 - 9x^3 - 12x^2 + 36x \leq 0$

$2x^9 - 38x^7 + 60x^6 \geq 0$

$2x^8 - 2x^7 - 28x^6 + 48x^5 \leq 0$

$\frac{3}{x} > 5$

$\frac{3-x}{x-1} \geq 0$

$1 - \frac{3x}{6+3x} \leq \frac{3}{x+2}$

$\begin{cases} 2(x - 5) \geq 3 - x \\ (x - 1)^2 - 4 < x(x - 3) \end{cases}$

$\begin{cases} (x + 1)^2 + 1 \leq 6 \\ x + 3 < \frac{x-3}{2} \\ 3 - x^2 < 4 - (2 - x)^2 \end{cases}$

$|x - 2| - 5 > 0$

$8 - |x - 2| - 5 > 0$

$|3x - 10| - 2x - 5 \leq 2$



## 7. SISTEMI LINEARI

1. Risolvi i seguenti sistemi di equazioni con i quattro metodi studiati:

$$\begin{cases} 12x - 18y + 3 = 0 \\ 15y - 10x = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - y - 6 = 0 \\ 3x - 4y = 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{3} - \frac{x+2y}{3} = 1 \\ 3x + 4 = -5y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{3}(x+y) - \frac{1}{6} = \frac{2}{3}(y-x) + \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2}(2y-x) + 3 = \frac{1}{2}y + 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 3y + (y+1)^2 = y^2 \\ 3(x-y) = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + \frac{1}{2} = \frac{y+1}{2} \\ \frac{1-y}{3} - 2x - 3 = 0 \end{cases}$$

2. Determina per quale valore del parametro  $k$  il seguente sistema è indeterminato.

$$\begin{cases} (k+2)x + 3y = -k \\ 14x + 6y = -10 \end{cases}$$

- Un secchio pieno di sabbia pesa 9 kg. Riempito per metà di sabbia pesa 5 Kg. Quanto pesa il secchio vuoto ?
- Determina tre numeri consecutivi tali che la differenza tra il quadruplo del più piccolo e il doppio del più grande risulti uguale al numero intermedio.
- Alessandra legge il primo giorno i  $\frac{2}{5}$  delle pagine di un libro, il secondo giorno i  $\frac{5}{9}$  delle rimanenti, il terzo giorno legge 60 pagine e completa la lettura. Quante pagine ha il libro?
- In un rettangolo la base è il triplo dell'altezza e la differenza fra i  $\frac{2}{3}$  della base e i  $\frac{4}{3}$  dell'altezza è 6 cm. Calcola area e perimetro del rettangolo.
- Determina un numero tale che il suo triplo diminuito del doppio del suo successivo sia uguale alla metà del numero stesso.
- Due amici devono fare un regalo. Uno ha  $\frac{1}{5}$  della somma necessaria per acquistarlo, l'altro ha il doppio della somma che ha il primo. Unendo le loro risorse mancano ancora 300 euro per poter fare l'acquisto. Quanto costa il regalo?
- In un rettangolo l'altezza è i  $\frac{7}{4}$  della base e la differenza fra i  $\frac{5}{7}$  dell'altezza e  $\frac{1}{6}$  della base è 10 cm. Calcola area e perimetro del rettangolo.
- I  $\frac{2}{5}$  degli studenti che hanno frequentato la prima classe di un Liceo Scientifico sono stati promossi a giugno, altri 40 sono stati promossi a settembre. Ora frequentano la seconda i  $\frac{18}{25}$  degli studenti iscritti l'anno precedente. Quanti studenti erano iscritti in prima?
- Determina il perimetro di un rombo, sapendo che la diagonale maggiore è  $\frac{5}{3}$  della diagonale minore diminuita di 5 e che la loro somma è 35.
- In una voliera ci sono 233 uccelli di 2 specie diverse. Sapendo che se si somma 6 ai  $\frac{2}{3}$  degli uccelli di una specie si ottengono i  $\frac{4}{5}$  del numero di uccelli dell'altra, determinare il numero di uccelli di entrambe le specie.
- Determina la lunghezza della diagonale di un rettangolo il cui perimetro è 140 cm, sapendo che la lunghezza della base è  $\frac{3}{10}$  dell'altezza più 18 cm.
- Luca e Andrea posseggono rispettivamente € 200 e € 180. Luca spende € 10 al giorno e Andrea € 8. Dopo quanti giorni avranno la stessa somma?
- In un trapezio rettangolo la differenza delle basi misura 24 cm, mentre il loro rapporto è uguale a  $\frac{5}{7}$ . Sapendo che il lato obliquo forma con la base maggiore un angolo di  $45^\circ$ , determina l'area del trapezio.

Bruno e Silvio hanno complessivamente 108 soldatini, ma Bruno ne ha il triplo di quelli di Silvio. Quanti soldatini ha Bruno e quanti Silvio? [81; 27]

In un pascolo vi sono complessivamente 63 fra mucche e capre. Calcolate il numero delle mucche e quello delle capre, sapendo che le mucche sono 9 in più delle capre. [36; 27]

Paolo e Giorgio hanno complessivamente 77 anni e l'età di Giorgio supera di 13 anni quella di Paolo. Calcolate l'età di Paolo e quella di Giorgio. [32 anni; 45 anni]

La mamma ha regalato a Lidia, in occasione del suo compleanno, una bambola ed un libro, spendendo in tutto € 30. Sapendo che il costo della bambola è doppio di quello del libro, calcolate il costo della bambola e quello del libro. [€ 20; € 10]

Daniela e Barbara hanno complessivamente 25 anni e Barbara è di 5 anni maggiore di Daniela. Quale età ha Daniela e quale Barbara? [10 anni; 15 anni]

Franco apre il suo salvadanaio e trova € 18; con tale somma compra per l'onomastico della mamma un sacchetto di cioccolatini ed una torta. Calcolate il costo dei cioccolatini e quello della torta, sapendo che la torta costa il triplo dei cioccolatini. [€ 4,50; € 13,50]

Ripartite la somma di € 96 fra Carlo e Dino, in modo che Carlo abbia il doppio della somma di Dino. [€ 64; € 32]

Un padre ed un figlio hanno complessivamente 74 anni e 5 anni or sono l'età del padre era il triplo di quella del figlio. Calcolate l'età attuale del padre e quella del figlio. [53 anni; 21 anni]  
(5 anni or sono l'età complessiva era di 64 anni, cioè  $74 - 10$ , ed allora l'età del padre era il triplo di quella del figlio ...).

Ripartite la somma di € 3.538 fra Luigi e Carlo, in modo che Luigi abbia € 50 in più del triplo di quanto riceve Carlo. [€ 2.666; € 872]

Ada e sua mamma hanno complessivamente 44 anni e 2 anni or sono l'età della mamma era tripla di quella di Ada. Calcolate l'età attuale della mamma e quella di Ada. [32 anni; 12 anni]  
(Tenete presente l'avvertenza al problema n. 8).

La somma di due numeri consecutivi è 157. Calcolate i due numeri. [78; 79]

Un segmento è quadruplo di un altro e la loro differenza è di 15 cm. Calcolate la lunghezza di ciascuno dei due segmenti. [20 cm; 5 cm]

Calcolate il numero il cui triplo aumentato di 1 è uguale a 403. [134]

Calcolate il numero il cui quintuplo diminuito di 125 è uguale a 1.500. [325]

Calcolate il numero il cui triplo diminuito di 7 è uguale a 230. [79]

Un padre ed un figlio hanno complessivamente 101 anni e fra 5 anni l'età del padre sarà doppia di quella del figlio. Calcolate le età attuali di padre e figlio. [69 anni; 32 anni]

*(Fra cinque anni l'età complessiva sarà di 111 anni e poiché allora l'età del padre sarà doppia di quella del figlio ...).*

Laura e la mamma hanno complessivamente 36 anni e fra 2 anni l'età della mamma sarà tripla di quella di Laura. Calcolate l'età attuale della mamma e quella di Laura. [28 anni; 8 anni]

*(Tenete presente l'avvertenza al precedente esercizio).*

Trovate tre numeri consecutivi aventi per somma 57. [18; 19; 20]

Tre numeri naturali hanno per somma 108 e sono tali che il secondo è doppio del primo ed il terzo è triplo del secondo. Calcolate i tre numeri. [12; 24; 72]

Aldo, Bruno e Carlo hanno complessivamente 40 anni. Calcolate l'età di ciascuno di essi, sapendo che Bruno ha due anni in più di Aldo e Carlo 3 anni in più di Bruno.

[11 anni; 13 anni; 16 anni]

In un cortile vi sono galline e conigli; il numero delle teste è 108 e quello delle zampe 312. Calcolate il numero delle galline e quello dei conigli. [60; 48]

La spesa per il noleggio di un pullman per una gita turistica è di € 2.240. La quota individuale per gli adulti è di € 56 e quella per i ragazzi di € 32. Calcolate il numero degli adulti e il numero dei ragazzi, sapendo che il loro numero complessivo è 46. [32; 14]

In un'urna vi sono complessivamente 48 palline nere e bianche. Se il numero delle palline nere raddoppiasse e quello delle palline bianche triplicasse, avremmo 112 palline. Quante sono le palline nere e quante le bianche? [32; 16]

## 8. RADICALI

1. Determina le condizioni di esistenza della seguente espressione:

$$\sqrt[6]{\frac{3x-2}{4-5x}} + 5x \sqrt[3]{x^2-5x+6}$$

2. Semplifica la seguenti espressioni, supponendo positivi i fattori letterali che compongono i radicali:

$$(1 + \sqrt{3})^2 + \sqrt{12} + (\sqrt[4]{3} - 1)(\sqrt[4]{3} + 1) + \sqrt[5]{27} \qquad \sqrt{6 + 2\sqrt{5}} - (\sqrt[4]{5} + 3)(\sqrt[4]{5} - 3)$$

$$(1 + \sqrt{2})^2 + (1 + \sqrt{2}) \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2} + 1) \cdot (\sqrt{2} - 1) \qquad 2\sqrt{8} - 3\sqrt{18} + 5\sqrt{12} - \sqrt{200} + \frac{6}{\sqrt{2}}$$

$$(2^{\sqrt[3]{3}})^{\sqrt[3]{9}} : (3^{\sqrt[3]{2}})^{\sqrt[3]{32}} \qquad \sqrt[7]{(\sqrt[3]{\sqrt{3} + \sqrt{2}})^3 - (\sqrt{1 + \sqrt{2}})^2 - (\sqrt[5]{\sqrt{3} - 1})^5}$$

$$\frac{8 + \sqrt[6]{(1 - \sqrt{2})^6} - (\sqrt[5]{\sqrt{2}})^5}{(\sqrt{2} - 3)^2 \cdot (11 + 6\sqrt{2})} \qquad (1 + \sqrt{3})^2 + \sqrt{12} - (1 - \sqrt[4]{3}) \cdot (1 + \sqrt[4]{3}) + \sqrt[5]{27}$$

$$\sqrt{9x^5 - 18x^4} + \sqrt{4x - 8} - 3\sqrt{x^3 - 8 - 6x^2 + 12x} \qquad (2\sqrt{3} - 5\sqrt{2})^2 - \frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{2\sqrt{2} + 2} - \frac{15}{\sqrt{3}} \cdot (\sqrt{3} - 4\sqrt{2})$$

$$\frac{1}{\sqrt{a+1} - \sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a}} - \sqrt[4]{16a^2 + 32a + 16} \qquad \sqrt{\frac{a^2 - 1}{a^2 + a - 2}} : \sqrt[3]{\frac{a^2 - 4}{a + 1}} \cdot \sqrt[6]{\frac{a + 2}{a^2 + 2a + 1}}$$

$$\sqrt{\frac{a^6 + 8a^3 + 12a^4 + 6a^5}{a - 2}} : \sqrt[3]{\frac{a^6 + 4a^5 + 4a^4}{a^4 + 24a^2 + 16 - 8a^3 - 32a}} : \sqrt[6]{\frac{(a^2 - 4)^5}{a^3}}$$

$$\sqrt[6]{\frac{a+b}{a^3(a-b)}} \cdot \left[ \sqrt[3]{\frac{(a-b)^2}{a^2+ab}} : \sqrt{\frac{a-b}{a^2}} \right] : \sqrt[6]{\frac{a^2}{a+b}} \qquad \frac{(\sqrt[7]{3})^7 + 2 \cdot \sqrt[4]{(1-\sqrt{3})^4}}{(2-\sqrt{3})^2 \cdot (2-3\sqrt{3})}$$

$$\left[ (5^{\sqrt[3]{2}})^{\sqrt{2}} \right]^{\sqrt[6]{2}} \qquad (4\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 + (\sqrt{3} + 3\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3} - 3\sqrt{2}) - 15 \cdot \frac{\sqrt{3} - 3\sqrt{2}}{\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}$$

$$\sqrt[3]{\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 2} \cdot \sqrt[4]{\frac{a}{b^2} + \frac{b}{a^2} + \frac{3(a+b)}{ab}} : \sqrt{\frac{a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2}{a^2b^2}}$$

$$\left( \sqrt{\frac{2x-1}{2x+1}} + \sqrt{\frac{1}{4x^2-1}} \right) : \frac{1}{\sqrt{2x-1}} - \frac{2x}{\sqrt{2x+1}}$$

3. Trasporta fuori dal segno di radice tutti i fattori possibili:

$$\sqrt[4]{112a^4b^8}$$

$$\sqrt{25x^3 - 75x^2}$$

$$\sqrt{\frac{4x^3 - 4x^2}{x^2 + 2x + 1}}$$

$$\sqrt{\frac{a^4b^2 + a^4 - 2a^4b}{4b^3}}$$