*Liceo Scientifico "G. Galilei" Trebisacce*
*Anno Scolastico 2014-2015*

# *Prova di Matematica : Insiemi e logica*

*prof. Mimmo Corrado*
*Tempo 60 minuti*

Alunno: ______________________________________ Classe: *2B L. Classico*

1. Dati gli insiemi:

$A = \{x \mid x \text{ è } una\ lettera\ della\ parola\ "costoso"\}$
$B = \{x \mid x \text{ è } una\ lettera\ della\ parola\ "costa"\}$
$C = \{x \mid x \text{ è } una\ lettera\ della\ parola\ "costo"\}$
$D = \{x \mid x \text{ è } una\ lettera\ della\ parola\ "bene"\}$
$U = \{x \mid x \text{ è } una\ lettera\ dell'alfabeto\ italiano\}$

| Uguali | Diversi | Disgiunti | Sottoinsieme | Equipotenti |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

   a. rappresentali per elencazione
   b. indica le relazioni esistenti fra essi
   c. disegna un unico diagramma di Eulero-Venn e determina: $B \cap C$ $\quad B - A$ $\quad \overline{D} \cap A$ $\quad (B \cup D) - (A \cap B)$

2. In una scuola di 500 studenti, il 50% degli studenti gioca a calcio, il 40% gioca a pallavolo e il 20% non pratica alcuno sport. Quanti studenti giocano solo a calcio ? Quanti studenti giocano sia a calcio sia a pallavolo ?

3. Determina il valore di verità delle seguenti proposizioni:

"4 è un numero pari e il Tevere bagna Roma" V F ☐
"Non è vero che 5 è pari e maggiore di 3" V F ☐
"Non è vero che $2 < 3$" V F ☐
"Se 4 è dispari allora 3 è un numero pari" V F ☐

4. Date le proposizioni: p:"Roma è in Germania" q:"Il Tevere bagna Roma" r:"Il triangolo ha 4 lati" ,
esprimi in linguaggio naturale la proposizione $(p \wedge q) \longmapsto \bar{r}$ e determina il suo valore di verità.

5. Determina la negazione delle seguenti proposizioni:

p: "Francesco gioca a calcio e a tennis"
r: "Tutti gli studenti della 2B sono maschi"

6. Indica se le seguenti forme di ragionamento sono valide. In caso affermativo, scrivi di che tipo di ragionamento si tratta.

| | |
|---|---|
| "Se mi sposi, ti regalo un diamante"<br>"Non ti regalo un diamante"<br>"Non mi sposi" | "Se vado al mare, vado in vacanza a Rimini"<br>"Vado in vacanza a Rimini"<br>"Vado al mare" |

1. Dati gli insiemi:

$A = \{x \mid x \text{ è } una\ lettera\ della\ parola\ "costoso"\}$
$B = \{x \mid x \text{ è } una\ lettera\ della\ parola\ "costa"\}$
$C = \{x \mid x \text{ è } una\ lettera\ della\ parola\ "costo"\}$
$D = \{x \mid x \text{ è } una\ lettera\ della\ parola\ "bene"\}$
$U = \{x \mid x \text{ è } una\ lettera\ dell'alfabeto\ italiano\}$

a. rappresentali per elencazione
b. indica le relazioni esistenti fra essi
c. disegna un unico diagramma di Eulero-Venn
d. determina: $B \cap C$ $\quad B - A$ $\quad \overline{D} \cap A$ $\quad (B \cup D) - (A \cap B)$ $\quad \overline{B} - (\overline{B \cup D})$

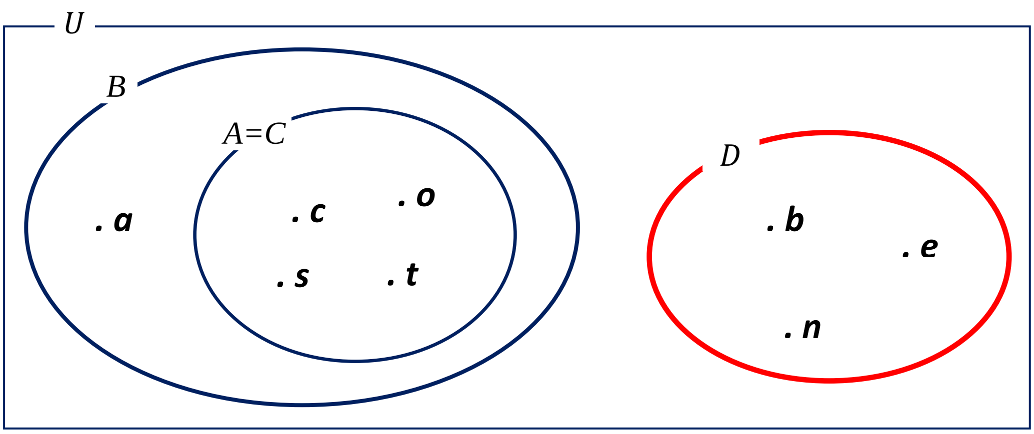
| Uguali | Diversi | Disgiunti | Sottoinsieme | Equipotenti |
|---|---|---|---|---|
| $A = C$ | $A \neq B$<br>$A \neq D$ | $A \cap D = \emptyset$<br>$B \cap D = \emptyset$<br>$C \cap D = \emptyset$ | $A \subset B$<br>$C \subset B$ | $\lvert A\rvert = \lvert C\rvert$ |

<u>*Soluzione*</u>

Rappresentiamo i quattro insiemi per elencazione:

$A = \{c, o, s, t\}$ $\qquad B = \{c, o, s, t, a\}$ $\qquad C = \{c, o, s, t\}$ $\qquad D = \{b, e, n\}$

Rappresentiamo gli insiemi in un unico diagramma di Eulero-Venn



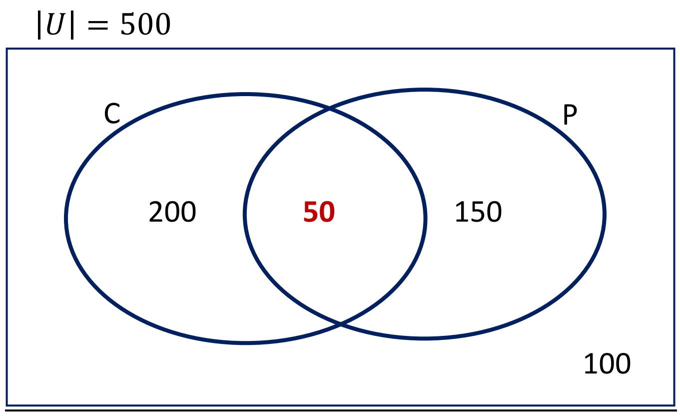

$B \cap C = C$ $\qquad B - A = \{a\}$ $\qquad \overline{D} \cap A = A$

$(B \cup D) - (A \cap B) = \{a, b, e, n\}$ $\qquad \overline{B} - (\overline{B \cup D}) = D$

2. In una scuola di 500 studenti, il 50% degli studenti gioca a calcio, il 40% gioca a pallavolo e il 20% non pratica alcuno sport. Quanti studenti giocano solo a calcio ? Quanti studenti giocano sia a calcio sia a pallavolo ?

<u>*Soluzione*</u>

$$Dati \begin{cases} |U| = 500 \\ |C| = 50\% \cdot 500 = 250 \\ |P| = 40\% \cdot 500 = 200 \\ |\overline{C \cup P}| = 20\% \cdot 500 = 100 \end{cases}$$




$|C \cup P| = |U| - |\overline{C \cup P}| = 500 - 100 = 400$

$|C \cap P| = |C| + |P| - |C \cup P| = 250 + 200 - 400 = 50$ *50 studenti giocano sia a calcio sia a pallavolo.*

$|C - P| = |C| - |C \cap P| = 250 - 50 = 200$ *200 studenti giocano solo a calcio.*

3. Determina il valore di verità delle seguenti proposizioni:

"4 è un numero pari e il Tevere bagna Roma" V ■ F □ "Non è vero che 5 è pari e maggiore di 3" V ■ F □

"Non è vero che $2 < 3$" V F ■ "Se 4 è dispari allora 3 è un numero pari" V ■ F □

4. Date le proposizioni: p:"Roma è in Germania" q:"Il Tevere bagna Roma" r:"Il triangolo ha 4 lati" , esprimi in linguaggio naturale la proposizione $(p \wedge q) \longmapsto \bar{r}$ e determina il suo valore di verità.

*__Soluzione__*

$(p \wedge q) \longmapsto \bar{r}$ : "*Se Roma è in Germania e Il Tevere bagna Roma allora il triangolo non ha 4 lati*" è una proposizione vera. Infatti costruendo la relativa tavola di verità si ha:

| $p$ | $q$ | $r$ | $\bar{r}$ | $p \wedge q$ | $(p \wedge q) \longmapsto \bar{r}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| F | V | F | V | F | V |

5. Determina la negazione delle seguenti proposizioni:

p: "Francesco gioca a calcio e a tennis"
r: "Tutti gli studenti della 2B sono maschi"

$\bar{p}$ : "Francesco non gioca a calcio o non gioca a tennis"
$\bar{r}$: "Almeno uno studente della 2B non è maschio"

6. Indica se la seguente forma di ragionamento è valida. In caso affermativo, scrivi di che tipo di ragionamento si tratta.

| |
|---|
| "Se mi sposi, ti regalo un diamante" |
| "Non ti regalo un diamante" |
| "Non mi sposi" |
| Ragionamento valido: Modus Tollens |

| |
|---|
| "Se vado al mare, vado in vacanza a Rimini" |
| "Vado in vacanza a Rimini" |
| "Vado al mare" |
| Ragionamento non valido |

| |
|---|
| "Se vado al mare, vado in vacanza a Rimini" |
| "Vado in vacanza a Rimini" |
| "Vado al mare" |

Le proposizioni elementari sono: a:"Vado al mare" b: "Vado in vacanza a Rimini"

Il relativo schema di deduzione è:

$$\begin{array}{l} a \rightarrow b \\ b \\ \hline a \end{array}$$

In simboli: $[(a \rightarrow b) \wedge b] \implies a$

Dall'esame della tavola di verità, si osserva che:

nei due casi in cui le premesse

$[(a \vee b) \wedge (c \rightarrow \bar{b})]$ sono entrambe vere,

la conseguenza logica $a$ una volta è vera e un'altra volta è falsa. Pertanto il ragionamento non è valido.

| $a$ | $b$ | $a \rightarrow b$ | $(a \rightarrow b) \wedge b$ |
|---|---|---|---|
| V | V | V | V |
| V | F | F | F |
| F | V | V | V |
| F | F | V | F |