Liceo "G. Galilei" Trebisacce

Anno Scolastico 2014-2015

Prova di Matematica: *Disquazioni lineari*

31.03.2015

prof. Mimmo Corrado

Tempo 60 minuti

Alunno: ____ Classe: *2B L. Classico*

1. Risolvi le seguenti disequazioni:

$1-(x-1)^3-6x+x^2(6+x)\geq 9x^2-2$

$x^5-6x^2\geq 5x^3-2x^4$

$\begin{cases}(x+1)^2+2(x^2-2)\leq 3(x+1)(x-1)\\ 2x(x-3)+(x+2)^2>5+3x^2\end{cases}$

$|x-2|-5\leq 2x$

$1-\dfrac{4x}{4x+8}\leq\dfrac{3}{x+2}$

2. Due compagnie telefoniche offrono le seguenti tariffe:

- la compagnia A offre il primo minuto gratis, poi un centesimo ogni 4 secondi di telefonata.
- la compagnia B offre le telefonate a un centesimo ogni 6 secondi più il costo di 2 centesimi alla risposta.

Quale deve essere la durata di una telefonata affinché la compagnia A sia più conveniente della B?

Soluzione

1. Risolvi le seguenti disequazioni numeriche:

$1-(x-1)^3-6x+x^2(6+x)\geq 9x^2-2$;

$1-(x^3-3x^2+3x-1)-6x+6x^2+x^3\geq 9x^2-2$;

$1-x^3+3x^2-3x+1-6x+6x^2+x^3\geq 9x^2-2$;

$1-3x+1-6x\geq -2$;

$-3x-6x\geq -2-1-1$;

$-9x\geq -4$; $\quad 9x\leq 4$; $\quad x\leq \frac{4}{9}$ $\quad \left]-\infty, \frac{4}{9}\right]$

$x^5-6x^2\geq 5x^3-2x^4$;

$x^5+2x^4-5x^3-6x^2\geq 0$; $\quad x^2\cdot(x^3+2x^2-5x-6)\geq 0$

$x^3+2x^2-5x-6=$ $\quad D_6=\{\pm1;\pm2;\pm3;\pm6\}$

$=\ (x-2)(x^2+4x+3)\ =$

$=\ (x-2)(x+1)(x+3)\ =$

	1	+2	−5	−6
2		+2	+8	+6
	1	+4	+3	=

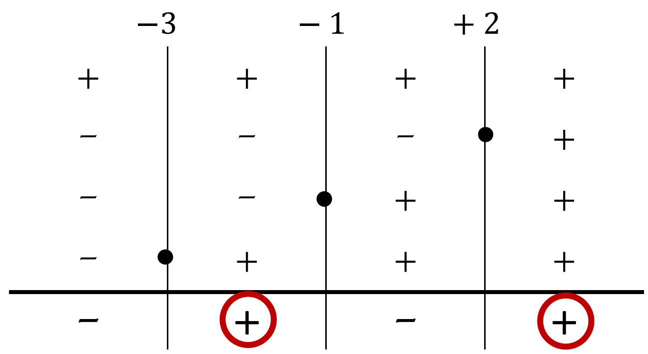
$x^2\cdot(x-2)\cdot(x+1)\cdot(x+3)\geq 0$

$x^2\geq 0$ $\quad \forall x\in R$

$x-2\geq 0$ $\quad x\geq 2$

$x+1\geq 01$ $\quad x\geq -1$

$x+3\geq 0$ $\quad x\geq -3$



La rappresentazione dell'insieme delle soluzioni sulla retta reale è

$-3\leq x\leq -1 \quad \vee \quad x\geq 2$

$\begin{cases}(x+1)^2+2(x^2-2)\leq 3(x+1)(x-1)\\ 2x(x-3)+(x+2)^2>5+3x^2\end{cases}$

$\begin{cases}x^2+1+2x+2x^2-4\leq 3(x^2-1)\\ 2x^2-6x+x^2+4+4x>5+3x^2\end{cases}$ $\quad \begin{cases}1+2x-4\leq -3\\ -6x+4+4x>5\end{cases}$

$\begin{cases}2x\leq 0\\ -2x>1\end{cases}$ $\quad \begin{cases}x\leq 0\\ 2x<-1\end{cases}$ $\quad \begin{cases}x\leq 0\\ x<-\frac{1}{2}\end{cases}$ $\quad x<-\frac{1}{2}$.

$1-\frac{4x}{4x+8}\leq\frac{3}{x+2}$

$1-\frac{4x}{4(x+2)}-\frac{3}{x+2}\leq 0\ ;\qquad 1-\frac{x}{x+2}-\frac{3}{x+2}\leq 0\ ;$

$\frac{x+2-x-3}{x+2}\leq 0\ ;\qquad \frac{-1}{x+2}\leq 0$

$\frac{1}{x+2}\geq 0\ ;$

Essendo il numeratore sempre positivo, il segno della frazione è dato dal segno del denominatore.

$x+2\geq 0\ ;\qquad x\geq -2\qquad [-2\,,+\infty[$

$|x-2|\leq 2x+5$

$\begin{cases} x-2\geq 0 \\ +(x-2)\leq 2x+5 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} x-2<0 \\ -(x-2)\leq 2x+5 \end{cases}$

$\begin{cases} x\geq 2 \\ x-2x\leq 5+2 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} x<2 \\ -x-2x\leq 5-2 \end{cases}$

$\begin{cases} x\geq 2 \\ -x\leq 7 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} x<2 \\ -3x\leq 3 \end{cases}$

$\begin{cases} x\geq 2 \\ x\geq -7 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} x<2 \\ 3x\geq -3 \end{cases}$

$x\geq 2 \quad \vee \quad \begin{cases} x<2 \\ x\geq -1 \end{cases}$

$x\geq 2 \quad \vee \quad -1\leq x<2$

L'insieme delle soluzioni può essere sintetizzato nella seguente scrittura: $x\geq -1$

2. Due compagnie telefoniche offrono le seguenti tariffe:

- la compagnia A offre il primo minuto gratis, poi un centesimo ogni 4 secondi di telefonata.
- la compagnia B offre le telefonate a un centesimo ogni 6 secondi più il costo di 2 centesimi alla risposta.

Quale deve essere la durata di una telefonata affinché la compagnia A sia più conveniente della B?

Soluzione

Si pone la durata della telefonata (in secondi) uguale a x.

Si ottiene:

$\frac{x-60}{4}<\frac{x}{6}+2\ ;\qquad 3x-180<2x+24\ ;\qquad x<204\ ;$

La durata di una telefonata affinchè la compagnia A sia più conveniente della B deve essere inferiore a 204 secondi, cioè inferiore a $3'\,24''$.