



## Soluzione

1. Dati gli insiemi:

$$A = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola "rumore"}\}$$

$$B = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola "amore"}\}$$

$$C = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola "umore"}\}$$

$$D = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola "errore"}\}$$

$$E = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola "vini"}\}$$

$$U = \{x \mid x \text{ è una lettera dell'alfabeto italiano}\}$$

a. rappresentali per elencazione

b. disegna gli insiemi in un unico diagramma di Eulero-Venn

c. determina:  $A \Delta B$   $\bar{C} \cap (B \cup E)$

Soluzione

Rappresentiamo i tre insiemi per elencazione:

$$A = \{e, m, o, r, u\}$$

$$B = \{a, e, m, o, r\}$$

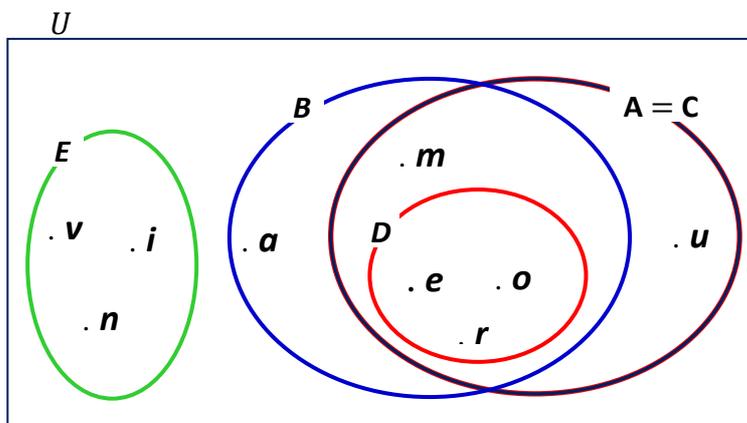
$$C = \{e, m, o, r, u\}$$

$$D = \{e, o, r\}$$

$$E = \{v, i, n\}$$

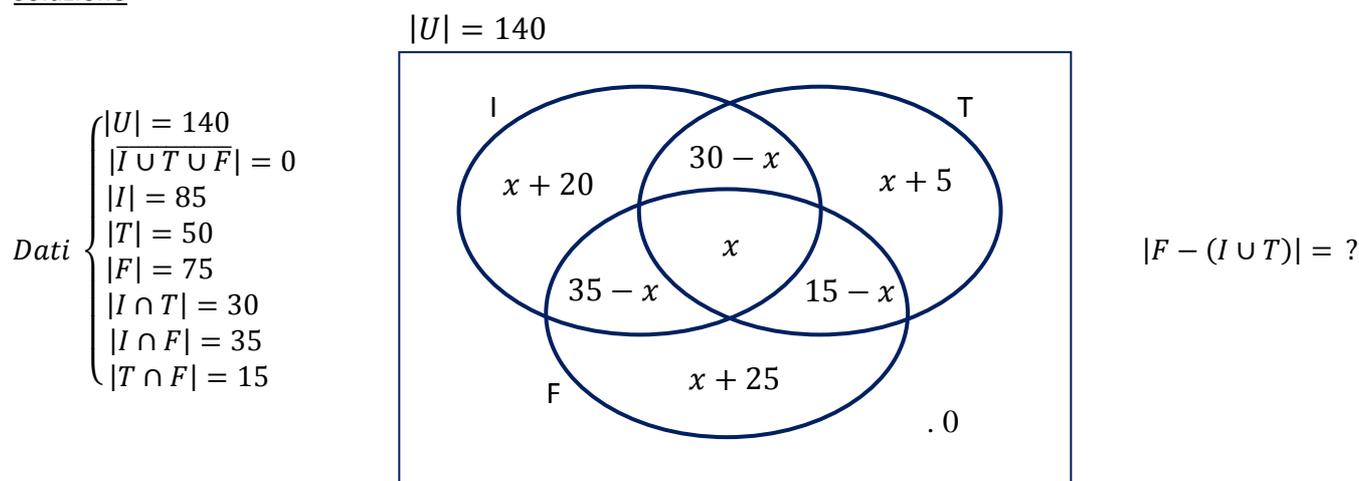
$$A \Delta B = \{a, u\}$$

$$\bar{C} \cap (B \cup E) = \{a, i, n, v\}$$



2. Un istituto per lo studio delle lingue inglese, tedesco e francese è frequentato da 140 studenti, di cui 85 studiano l'inglese, 50 il tedesco, 75 il francese, 30 studiano l'inglese e il tedesco, 35 l'inglese e il francese, 15 il tedesco e il francese. Quanti, tra gli iscritti, frequentano solo il corso di francese?

Soluzione



Poniamo  $|I \cap T \cap F| = x$ .

$$\text{Si ottiene: } |(I \cap T) - F| = 30 - x$$

$$|(I \cap F) - T| = 35 - x$$

$$|(T \cap F) - I| = 15 - x$$

$$|I - (T \cup F)| = |I| - |(I \cap T) - F| - |(I \cap F) - T| - |I \cap T \cap F| = 85 - (30 - x) - (35 - x) - x = x + 20$$

$$|T - (I \cup F)| = |T| - |(I \cap T) - F| - |(T \cap F) - I| - |I \cap T \cap F| = 50 - (30 - x) - (15 - x) - x = x + 5$$

$$|F - (I \cup T)| = |F| - |(I \cap F) - T| - |(T \cap F) - I| - |I \cap T \cap F| = 75 - (35 - x) - (15 - x) - x = x + 25$$

Ricordando che  $|U| = 140$  si ottiene:

$$|I \cup T \cup F| + |\bar{I} \cap \bar{T} \cap \bar{F}| = 140;$$

$$(x + 20) + (30 - x) + (x + 5) + (35 - x) + x + (15 - x) + (x + 25) + 0 = 140;$$

$$x + 130 = 140; \quad x = 10.$$

Pertanto, gli studenti che frequentano solo il corso di francese sono 35.

3. Formalizza la proposizione: "Se non è vero che 13 non è un numero primo, allora 4 non è un numero dispari o  $4 > 5$ " e determina il suo valore di verità.

Soluzione

Ponendo  $p$ : "13 è un numero primo"     $q$ : "4 è un numero dispari"     $r$ : " $4 > 5$ "  
 Si ottiene la seguente formalizzazione:  $\bar{p} \rightarrow (\bar{q} \vee r)$

$p$	$q$	$r$	$\bar{p}$	$\bar{q}$	$\bar{q} \vee r$	$\bar{p} \rightarrow (\bar{q} \vee r)$
V	F	F	V	V	V	V

4. Stabilisci se il seguente ragionamento è corretto:

Se guido non bevo  
 mangio o bevo  
 -----  
 Se mangio allora non guido

Soluzione

Le proposizioni elementari sono:  $g$ : "guido"     $b$ : "bevo"     $m$ : "mangio"

Il relativo schema di deduzione è:  $\frac{g \rightarrow \bar{b} \quad m \vee b}{m \rightarrow \bar{g}}$

In simboli:  $[(g \rightarrow \bar{b}) \wedge (m \vee b)] \Rightarrow (m \rightarrow \bar{g})$

Dall'esame della tavola di verità, si osserva che:

nei quattro casi in cui le premesse

$(g \rightarrow \bar{b}) \wedge (m \vee b)$  sono entrambe vere,

la conseguenza logica  $m \rightarrow \bar{g}$  non è sempre vera.

Pertanto il ragionamento non è valido.

$g$	$b$	$m$	$\bar{b}$	$\bar{g}$	$g \rightarrow \bar{b}$	$m \vee b$	$(g \rightarrow \bar{b}) \wedge (m \vee b)$	$m \rightarrow \bar{g}$
V	V	V	F	F	F	V	F	F
V	V	F	F	F	F	V	F	V
V	F	V	V	F	V	V	V	F
V	F	F	V	F	V	F	F	V
F	V	V	F	V	V	V	V	V
F	V	F	F	V	V	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	F	F	V

5. Su un'isola vivono tre categorie di persone: i cavalieri, che dicono sempre la verità, i furfanti, che mentono sempre, ed i paggi che dopo una verità dicono sempre una menzogna e viceversa. Sull'isola incontro un vecchio, un ragazzo e una ragazza.

Il vecchio afferma: "Io sono paggio"; Il ragazzo è cavaliere".

Il ragazzo dice: "Io sono cavaliere"; "La ragazza è paggio".

La ragazza afferma: "Io sono furfante"; "Il vecchio è paggio".

Si può allora affermare che tra i tre:

A - c'è esattamente un paggio

B - ci sono esattamente due paggi

C - ci sono esattamente tre paggi

D - non c'è alcun paggio

Soluzione

Consideriamo la 3<sup>a</sup> affermazione:

La ragazza afferma: "Io sono furfante"; "il vecchio è paggio"		
La <b>ragazza non è un furfante</b> , perché se lo fosse, la sua affermazione di "essere un furfante" sarebbe falsa <i>(perché i furfanti mentono sempre)</i>	⇒	La <b>ragazza non è un cavaliere</b> , perché se lo fosse, la sua affermazione di "essere un furfante" sarebbe vera, <i>(perché i cavalieri dicono sempre la verità)</i>
Dunque la <b>ragazza è un Paggio</b>		
Ma, se la ragazza è un <b>Paggio</b>	⇒	L'affermazione "Io sono furfante" è falsa
Ma, se la ragazza è un <b>Paggio</b> e la 1 <sup>a</sup> affermazione "Io sono furfante" è falsa	⇒	La 2 <sup>a</sup> affermazione "il <b>vecchio è paggio</b> " è vera <i>(perché i paggi dopo una menzogna dicono sempre una verità)</i>

Consideriamo la 1<sup>a</sup> affermazione:

Il vecchio afferma: "Io sono paggio"; "il ragazzo è cavaliere"		
Avendo dimostrato che il vecchio è un <b>Paggio</b> la 1 <sup>a</sup> affermazione "Io sono paggio" è vera la 2 <sup>a</sup> affermazione "il <b>ragazzo è cavaliere</b> " è falsa	⇒	Il ragazzo o è paggio o è furfante

Consideriamo la 2<sup>a</sup> affermazione:

Il ragazzo dice: "Io sono cavaliere"; "la ragazza è paggio"		
Essendo la 1 <sup>a</sup> affermazione: "Io sono cavaliere" falsa la 2 <sup>a</sup> affermazione: "la ragazza è paggio" vera <i>(dimostrate precedentemente)</i>	⇒	Il <b>ragazzo è paggio</b>