Liceo "G. Galilei" Trebisacce
Anno Scolastico 2014-2015

Classe: *1B Liceo Classico*

Prova di Matematica: *Insiemi e logica*

12.12.2014
prof. Mimmo Corrado
Tempo 60 minuti

Alunno: ____

1. Dati gli insiemi: $A = \{x | x \text{ è } una\ lettera\ della\ parola\ "rumore"\}$, $B = \{x | x \text{ è } una\ lettera\ della\ parola\ "amaro"\}$ $C = \{x \mid x \text{ è } una\ lettera\ della\ parola\ "pini"\}$ *definiti in* $U = \{x \mid x \text{ è } una\ lettera\ dell'alfabeto\ italiano\}$.
   a. rappresentali per elencazione;
   b. disegna gli insiemi in un unico diagramma di Eulero-Venn;
   c. determina: $(A \cap B) \cup C$ $\bar{C} \cap (B - A)$

2. In una prova d'esame, sostenuta da 200 candidati, è stato richiesto di risolvere 2 problemi. La correzione della prova ha dato i seguenti risultati: 110 candidati hanno risolto il primo problema; 80 candidati hanno risolto il secondo problema; 30 candidati hanno consegnato il foglio in bianco. Quanti candidati hanno risolto solo il primo problema.

3. Formalizza la proposizione: "Se $6 > 4$ e $4 > 5$, allora $5 > 6$" e determina il suo valore di verità.

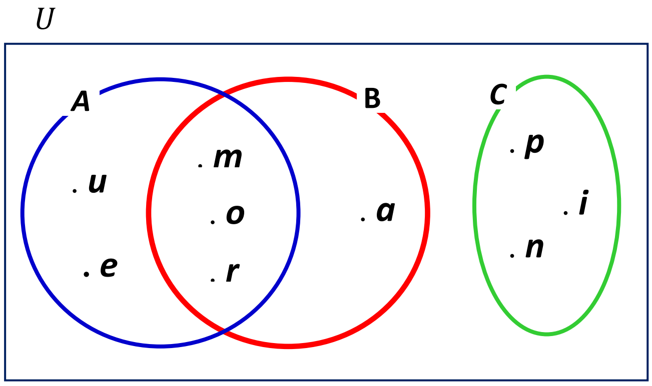
4. Determina le negazioni delle seguenti proposizioni:
   a: "Ascolto la radio o studio" b: "se mangio, non parlo" c: "Qualche studente della 1B ha gli occhiali".

5. Stabilisci se i seguenti ragionamenti sono corretti. In caso affermativo indica la forma di ragionamento utilizzata:

Se ho sete, bevo	Se non piove, esco	Se mangio, ho sete
Non bevo	Piove	Se ho sete, bevo
―――	―――	Non bevo
Non ho sete	Non esco	―――
		Non mangio

Soluzione

1. Dati gli insiemi: $A = \{x | x \text{ è } una\ lettera\ della\ parola\ "rumore"\}$, $B = \{x | x \text{ è } una\ lettera\ della\ parola\ "amaro"\}$ $C = \{x \mid x \text{ è } una\ lettera\ della\ parola\ "pini"\}$ $definiti\ in$ $U = \{x \mid x \text{ è } una\ lettera\ dell'alfabeto\ italiano\}$.
   a. rappresentali per elencazione;
   b. disegna gli insiemi in un unico diagramma di Eulero-Venn;
   c. determina: $(A \cap B) \cup C$ $\quad \bar{C} \cap (B - A) = \{a\}$



Soluzione

Rappresentiamo i tre insiemi per elencazione:

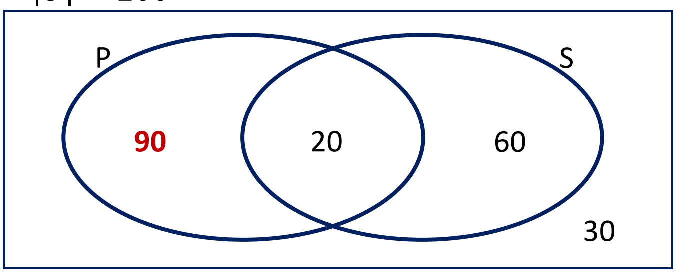
$A = \{e, m, o, r, u\}$
$B = \{a, m, o, r\}$
$C = \{p, i, n\}$
$(A \cap B) \cup C = \{m, o, r\} \cup \{p, i, n\} = \{m, o, r, p, i, n\}$
$\bar{C} \cap (B - A) = \{a, b, c, d, \dots\} \cap \{a\} = \{a\}$

2. In una prova d'esame, sostenuta da 200 candidati, è stato richiesto di risolvere 2 problemi. La correzione della prova ha dato i seguenti risultati: 110 candidati hanno risolto il primo problema; 80 candidati hanno risolto il secondo problema; 30 candidati hanno consegnato il foglio in bianco. Quanti candidati hanno risolto solo il primo problema.

Soluzione

$|U| = 200$

$$Dati \begin{cases} |U| = 200 \\ |P| = 110 \\ |S| = 80 \\ |\overline{P \cup S}| = 30 \end{cases}$$



$|P - S| = ?$

$|P \cup S| = |U| - |\overline{P \cup S}| = 200 - 30 = 170$

$|P - S| = |P \cup S| - |S| = 170 - 80 = 90$

Pertanto, 90 candidati hanno risolto solo il primo problema.

3. Formalizza la proposizione: "Se $6 > 4$ e $4 > 5$, allora $5 > 6$" e determina il suo valore di verità.

Soluzione

Ponendo p: " $6 > 4$" $\quad q$: "$4 > 5$" $\quad r$: " $4 > 5$"
Si ottiene la seguente formalizzazione: $(p \wedge q) \rightarrow r$

p	q	r	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \rightarrow r$
V	F	F	F	V

Pertanto, la proposizione $(p \wedge q) \rightarrow r$ è vera.

4. Determina le negazioni delle seguenti proposizioni:

a: "Ascolto la radio o studio"
$\bar{a}$: "Non ascolto la radio e non studio" $\quad$ perché $\overline{a \vee b} = \bar{a} \wedge \bar{b}$
b: "se mangio, non parlo"
$\bar{b}$: "Mangio e parlo $\quad$ perché $\overline{a \rightarrow b} = \overline{\bar{a} \vee b} = \bar{\bar{a}} \wedge \bar{b} = a \wedge \bar{b}$
c: "Qualche studente della 1B ha gli occhiali".
$\bar{c}$: "Nessun studente della 1B ha gli occhiali"

5. Stabilisci se i seguenti ragionamenti sono corretti. In caso affermativo indica la forma di ragionamento utilizzato:

Se ho sete, bevo	Se non piove, esco	Se mangio, ho sete
Non bevo	Piove	Se ho sete, bevo
Non ho sete	Non esco	Non bevo
		Non mangio

Soluzione 1

Poniamo:
p: " ho sete"
q: " bevo"

In simboli si ha:

$$\begin{array}{l} p \longrightarrow q \\ \underline{\bar{q}\qquad\quad} \\ \bar{p} \end{array}$$

Ragionamento corretto: Modus tollens

Soluzione 2

Poniamo:
p: "non piove"
q: " esco"

In simboli si ha:

$$\begin{array}{l} p \longrightarrow q \\ \underline{\bar{p}\qquad\quad} \\ \bar{q} \end{array}$$

Ragionamento non corretto.

Soluzione 3

Poniamo:
p: " Mangio"
q: " Ho sete"
r: " Bevo"

In simboli si ha:

$$\begin{array}{l} p \longrightarrow q \\ q \longrightarrow r \\ \underline{\bar{r}\qquad\quad} \\ \bar{p} \end{array}$$

Il ragionamento è valido perché è la composizione di un sillogismo ipotetico e di un modus tollens.

$$\begin{array}{l} p \longrightarrow q \\ \underline{q \longrightarrow r} \\ p \longrightarrow r \end{array}$$

Sillogismo ipotetico

$$\begin{array}{l} p \longrightarrow r \\ \underline{\bar{r}\qquad\quad} \\ \bar{p} \end{array}$$

Modus tollens