

Prova di Matematica : Equazioni, disequazioni e problemi di I grado

Alunno: \_\_\_\_\_ Classe: 1A L. Scientifico

1. Risolvi le seguenti equazioni nell'incognita  $x$  :

$$1 + \frac{1 - 2x}{6x - 4x^2} = \frac{2x}{2x - 3} - \frac{1}{2x}$$

$$1 - \frac{1}{x} = \frac{5}{a + 2} - \frac{2}{ax + 2x}$$

2. Risolvi la seguente disequazione :

$$5 - 2x \cdot (2x - 3)^2 - 3(2x - 1)(2x + 1) < 3 - (2x - 1)^3$$

3. Risolvi i seguenti problemi:

In un parallelogramma  $ABCD$  in cui  $CD > AD$ , considera sul lato  $CD$  un punto  $P$  tale che  $DP \cong AD$ . Dimostra che  $AP$  è la bisettrice dell'angolo  $\widehat{A}$ .

Bologna dista da Modena  $40 \text{ km}$ , mentre Modena dista da Milano  $160 \text{ km}$ . Alle ore 10:30 da Modena parte un'automobile diretta a Milano mentre da Milano parte una moto diretta a Bologna (passando per Modena). Determina le velocità medie dei due veicoli sapendo che arrivano a destinazione nello stesso istante e che la velocità media della moto è superiore di  $20 \text{ km/h}$  a quella dell'automobile.

## Soluzione

1.A Risolvi le seguenti equazioni nell'incognita  $x$  :

$$1 + \frac{1-2x}{6x-4x^2} = \frac{2x}{2x-3} - \frac{1}{2x}$$

$$C.E.: x \neq 0 \quad \wedge \quad x \neq \frac{3}{2}$$

$$1 + \frac{1-2x}{-2x \cdot (2x-3)} = \frac{2x}{2x-3} - \frac{1}{2x}$$

$$m.c.m. = 2x \cdot (2x-3)$$

$$1 - \frac{1-2x}{2x \cdot (2x-3)} = \frac{2x}{2x-3} - \frac{1}{2x} ;$$

$$2x \cdot (2x-3) - (1-2x) = 2x \cdot 2x - (2x-3) ;$$

$$4x^2 - 6x - 1 + 2x = 4x^2 - 2x + 3$$

$$-6x + 2x + 2x = 3 + 1$$

$$-2x = 4$$

$$2x = -4 \quad x = -2 \text{ Accettabile.}$$

1.B Risolvi la seguente equazione letterale nell'incognita  $x$ :

$$1 - \frac{1}{x} = \frac{5}{a+2} - \frac{2}{ax+2x}$$

$$1 - \frac{1}{x} = \frac{5}{a+2} - \frac{2}{(a+2) \cdot x}$$

Le condizioni di esistenza dell'equazione sono:  $C.E.: a \neq -2$  .

Le condizioni di accettabilità delle soluzioni sono:  $C.A.: x \neq 0$

Moltiplichiamo tutti i termini per il  $m.c.m. = (a+2)x$  :

$$(a+2)x - (a+2) = 5x - 2 ;$$

$$ax + 2x - a - 2 = 5x - 2 ;$$

$$ax + 2x - 5x = a ;$$

$$(a-3)x = a$$

### Discussione

Se  $a-3=0$ , cioè se  $a=3 \Rightarrow 0x=3$  Equazione impossibile .

Se  $a-3 \neq 0$ , cioè se  $a \neq 3 \Rightarrow x = \frac{a}{a-3}$

Tale soluzione è accettabile, se rispetta le condizioni di accettabilità:  $C.A.: x \neq 0$  .

Pertanto  $\frac{a}{a-3} \neq 0; a \neq 0$

Riassumendo

Parametro	Tipo di equazione	Soluzione
$a = -2$	Equazione che perde di significato	-
$a = 0 \vee a = 3$	Equazione impossibile	Nessuna soluzione
$a \neq 0 \wedge a \neq -2 \wedge a \neq 3$	Equazione determinata	$x = \frac{a}{a-3}$

2. Risolvi la seguente disequazione :

$$5 - 2x \cdot (2x - 3)^2 - 3(2x - 1)(2x + 1) < 3 - (2x - 1)^3$$

$$5 - 2x \cdot (4x^2 + 9 - 12x) - 3(4x^2 - 1) < 3 - (8x^3 - 1 - 12x^2 + 6x)$$

$$5 - 8x^3 - 18x + 24x^2 - 12x^2 + 3 < 3 - 8x^3 + 1 + 12x^2 - 6x$$

$$5 - 18x < 1 - 6x$$

$$-18x + 6x < 1 - 5$$

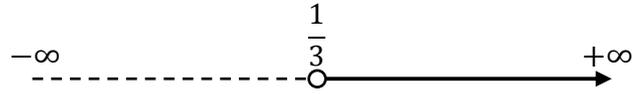
$$-12x < -4$$

$$12x > 4$$

$$x > \frac{4}{12}$$

$$x > \frac{1}{3} .$$

$$\left] \frac{1}{3}, +\infty \right[$$



Bologna dista da Modena 40 km , mentre Modena dista da Milano 160 km . Alle ore 10:30 da Modena parte un'automobile diretta a Milano mentre da Milano parte una moto diretta a Bologna (passando per Modena). Determina le velocità medie dei due veicoli sapendo che arrivano a destinazione nello stesso istante e che la velocità media della moto è superiore di 20 km/h a quella dell'automobile.

### Soluzione

Poniamo la velocità media dell'automobile  $v_A = x$  con  $x \in R$ . Si ricava che la velocità media della moto è  $v_M = x + 20$

Poiché arrivano nello stesso istante a Milano si ha:  $t_M = t_A$  . Ricordando che il tempo  $t = \frac{\text{spazio}}{\text{velocità}}$  si ha:

$$t_M = t_A ;$$

$$\frac{s_M}{v_M} = \frac{s_A}{v_A} ;$$

$$\frac{200}{x + 20} = \frac{160}{x} ;$$

$$200x = 160 \cdot (x + 20) ;$$

$$200x = 160x + 3200 ;$$

$$40x = 3200 ;$$

$$x = \frac{3200}{40} = 80 ;$$

In definitiva, la velocità dell'automobile è  $v_A = 80 \text{ km/h}$  mentre la velocità della moto è  $v_M = 100 \text{ km/h}$

In un parallelogramma  $ABCD$  in cui  $CD > AD$ , considera sul lato  $CD$  un punto  $P$  tale che  $DP \cong AD$ .  
 Dimostra che  $AP$  è la bisettrice dell'angolo  $\widehat{A}$ .

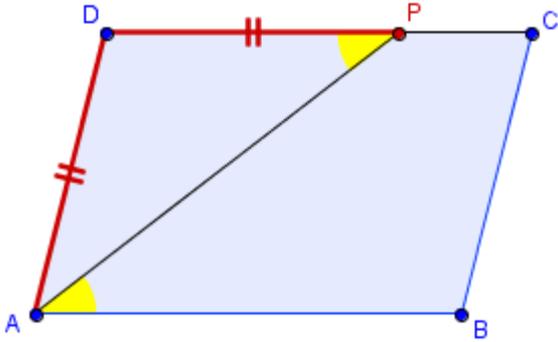
*IPOPOTESI*

$ABCD$  è un parallelogramma  
 $DP \cong AD$

$\Rightarrow$

*TESI*

$AP$  è la bisettrice dell'angolo  $\widehat{A}$



Dimostrazione

$\widehat{PAD} \cong \widehat{DPA}$  perché angoli alla base del triangolo isoscele  $ADP$ .

$\widehat{DPA} \cong \widehat{BAP}$  perché angoli alterni interni fra le rette parallele  $AB$  e  $DC$  tagliate dalla trasversale  $AP$

Per la proprietà transitiva si ha che:  $\widehat{PAD} \cong \widehat{BAP}$ , cioè la tesi.