Liceo Scientifico "G. Galilei" Trebisacce
Anno Scolastico 2013-2014

Prova di Matematica

05.06.2014

Alunno: ______________________________________ Classe: 2 C

prof. Mimmo Corrado
Tempo 75 minuti

A. Risolvi i seguenti sistemi di equazioni:

$$\begin{cases} x^2+y^2=\frac{37}{4} \\ xy+\frac{3}{2}=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x^2+y^2=2yz \\ x+y+z=-1 \\ x-2y+z=0 \end{cases}$$

B. Determina le coordinate dei punti di intersezione tra la parabola di equazione $\mathrm{y}=\mathrm{x}^2+4\mathrm{x}+3$ e la retta $\mathrm{x}-\mathrm{y}+3=0$ ed effettua la rappresentazione grafica.

C. Il perimetro di un triangolo isoscele ABC, simile al triangolo isoscele $\mathrm{A'B'C'}$, è $48\ \mathrm{cm}$. Sapendo che la base AB è $18\ \mathrm{cm}$ e la corrispondente base $\mathrm{A'B'}$ è $36\ \mathrm{cm}$, determina le aree dei due triangoli.

D. Un trapezio ABCD ha la base maggiore $\overline{\mathrm{AB}}=12\ \mathrm{cm}$, la base minore uguale a $9\ \mathrm{cm}$ e l'area uguale a $63\ \mathrm{cm}^2$. Detto P il punto di intersezione delle diagonali, determina la misura dell'area di APB.

Valutazione	Esercizio	A	B	C	D	Totale
	Punti	10 + 15	15	12	18	70

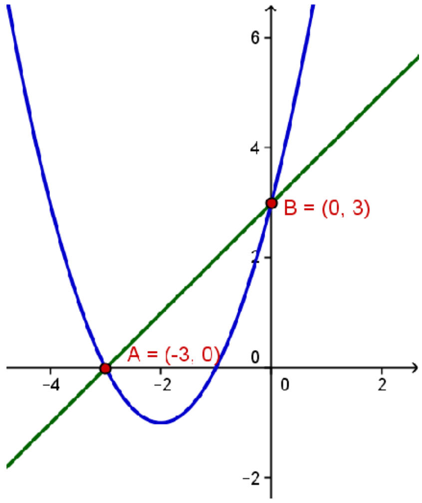
Punti	*0 - 2*	*3 - 7*	*8 - 12*	*13 - 17*	*18 - 22*	*23 - 27*	*28 - 32*	*33 - 37*	*38 - 42*	*43 - 47*	*48 - 52*	*53 - 57*	*58 - 62*	*63 - 67*	*68 - 70*
Voto	*3*	*3 ½*	*4*	*4 ½*	*5*	*5½*	*6*	*6 ½*	*7*	*7 ½*	*8*	*8 ½*	*9*	*9½*	*10*

Soluzione

A. Risolvi i seguenti sistemi di equazioni:

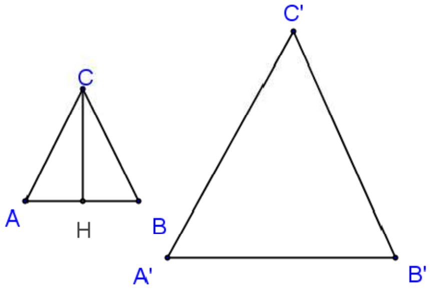
$$\begin{cases} x^2+y^2=\frac{37}{4} \\ xy+\frac{3}{2}=0 \end{cases} \qquad \left(3;-\tfrac{1}{2}\right)\ \left(-\tfrac{1}{2};3\right)\ \left(\tfrac{1}{2};-3\right)\ \left(-3;\tfrac{1}{2}\right)$$

$$\begin{cases} x^2+y^2=2yz \\ x+y+z=-1 \\ x-2y+z=0 \end{cases} \qquad \left(1;-\frac{1}{3};-\frac{5}{3}\right) \quad \left(-\frac{1}{3};-\frac{1}{3};-\frac{1}{3}\right)$$



B. Determina le coordinate dei punti di intersezione tra la parabola di equazione $y=x^2+4x+3$ e la retta $x-y+3=0$ ed effettua la rappresentazione grafica.

C. Il perimetro di un triangolo isoscele ABC, simile al triangolo isoscele $A'B'C'$, è 48 cm. Sapendo che la base AB è 18 cm e la corrispondente base $A'B'$ è 36 cm, determina le aree dei due triangoli.



<u>*Soluzione*</u>

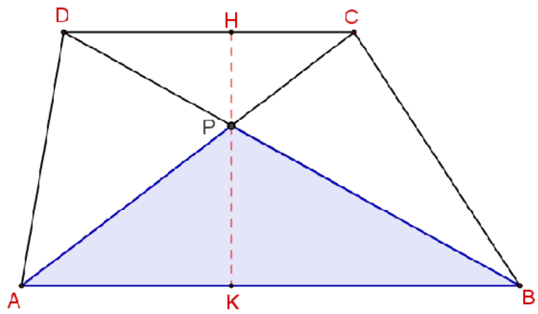
$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}=\frac{36}{18}=2 \qquad \overline{AC}=\overline{BC}=\frac{p-\overline{AB}}{2}=\frac{48-18}{2}\,cm=15\,cm.$$

$$\overline{CH}=\sqrt{\overline{AC}^2-\overline{AH}^2}=\sqrt{15^2-9^2}cm=\sqrt{225-81}\,cm=\sqrt{144}\,cm=12cm\,.$$

$$S_{ABC}=\frac{\overline{AB}\cdot\overline{CH}}{2}=\frac{18\cdot 12}{2}\,cm=108\,cm^2. \quad S_{A'B'C'}=4\,S_{ABC}=4\cdot 108\,cm^2=432\,cm^2.$$

D. Un trapezio ABCD ha la base maggiore $\overline{AB}=12$ cm, la base minore uguale a 9 cm e l'area uguale a 63 cm^2. Detto P il punto di intersezione delle diagonali, determina la misura dell'area di APB.

<u>*Soluzione*</u>



L'altezza del trapezio misura:

$$\overline{HK}=\frac{2\,S_{ABCD}}{\overline{AB}+\overline{CD}}=\frac{2\cdot 63}{12+9}cm=6\,cm\,.$$

I triangoli ABP e DCP sono simili per il I C.S.T.

$\widehat{APB}\cong\widehat{DPC}$ perché opposti al vertice

$\widehat{ABP}\cong\widehat{PDC}$ perché alterni interni fra le rette parallele AB e DC.

Pertanto i lati omologhi sono proporzionali.

Ponendo: $\overline{PK}=x \quad \Rightarrow \quad \overline{PH}=6-x\,;$ con $0<x<6$

$$\overline{AB}:\overline{DC}=\overline{PK}:\overline{PH}\,; \quad 12:9=x:(6-x)\,; \quad 9x=12\cdot(6-x)\,; \quad 9x=72-12x\,; \quad 21x=72\,; \quad x=\frac{24}{7}.$$

Pertanto: $\overline{PK}=\frac{24}{7}\,cm$ e $\overline{PH}=\left(6-\frac{24}{7}\right)cm=\frac{18}{7}\,cm$. Quindi l'area del triangolo APB è:

$$s_{APB}=\frac{\overline{AB}\cdot\overline{PK}}{2}=\frac{12\cdot\frac{24}{7}}{2}\,cm^2=\frac{144}{7}\,cm^2\,.$$