Liceo Scientifico "G. Galilei" Trebisacce
Anno Scolastico 2013-2014

Prova di Matematica

29.04.2014
prof. Mimmo Corrado
Tempo 75 minuti

Alunno: ______________________________________ Classe: 2 B

A. Risolvi le seguenti equazioni:

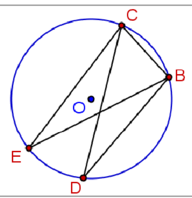
$2x^4 - 5x^3 + 5x - 2 = 0$	$3x^5 - 18x^4 + 2x^6 = 27x^3$	$2x^5 + 7x^4 + 5x^3 - 5x^2 - 7x - 2 = 0$

B. Risolvi le seguenti disequazioni:

$x > x^2$	$x^2 + 7 > 0$	$x^2 + 2(x - \sqrt{2}) < 2$
$9y^2 < 12$	$28b - 45 \leq 4b^2$	$\frac{1}{5}\left(\frac{x-2}{2}\right) + \frac{4x^2 + x}{4} - \frac{1}{8}\left(1 + \frac{13}{5}\right) \geq 0$

C. Comunque siano presi i punti B, C, D, E sulla circonferenza, è possibile affermare che:
- ☐ il triangolo BCE è congruente al triangolo CBD
- ☐ il segmento BD è congruente al segmento CE
- ☐ l'angolo EBC è congruente all'angolo DCB
- ☐ l'angolo CEB è congruente all'angolo CDB

[Prova Invalsi 2011-2012]



D. In un triangolo ABC isoscele sulla base AB, l'altezza relativa ad AB è $\frac{3}{5}$ del lato obliquo. Determina l'area del triangolo, sapendo che il suo perimetro è $36\ cm$.

E. In un triangolo rettangolo un cateto è $\frac{5}{4}$ della sua proiezione sull'ipotenusa. Sapendo che il perimetro del triangolo è 24 cm, determina l'area del triangolo.

Valutazione	Esercizio	A	B	C	D	E	Totale
	Punti	12	24	4	15	15	70

Punti	*0 - 2*	*3 - 7*	*8 - 12*	*13 - 17*	*18 - 22*	*23 - 27*	*28 - 32*	*33 - 37*	*38 - 42*	*43 - 47*	*48 - 52*	*53 - 57*	*58 - 62*	*63 - 67*	*68 - 70*
Voto	*3*	*3 ½*	*4*	*4 ½*	*5*	*5½*	*6*	*6 ½*	*7*	*7 ½*	*8*	*8 ½*	*9*	*9½*	*10*

Soluzione

A. Risolvi le seguenti equazioni:

$2x^4 - 5x^3 + 5x - 2 = 0$; $\qquad [\frac{1}{2}; \quad 2 \quad ; \quad \mp 1]$

$3x^5 - 18x^4 + 2x^6 = 27x^3$; $\qquad [0; \quad -\frac{3}{2}; \quad \mp 3]$

$2x^5 + 7x^4 + 5x^3 - 5x^2 - 7x - 2 = 0$; $\qquad [\mp 1; \ -2; \ -\frac{1}{2}]$

B. Risolvi le seguenti disequazioni

$x > x^2$

$x - x^2 > 0$; $\quad x - x^2 = 0$; $\quad x \cdot (1 - x) = 0$; $\quad \begin{matrix} x_1 = 0 \\ x_2 = 1 \end{matrix} \qquad 0 < x < 1$.

$x^2 + 7 > 0$; $\qquad \forall x \in R$.

$x^2 + 2(x - \sqrt{2}) < 2$

$x^2 + 2x - 2\sqrt{2} - 2 < 0$; $\qquad x^2 + 2x - 2\sqrt{2} - 2 = 0$; $\qquad \frac{\Delta}{4} = 1 + 2\sqrt{2} + 2 = (1 + \sqrt{2})^2$;

$x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{(1 + \sqrt{2})^2} = \begin{matrix} x_1 = -1 - (1 + \sqrt{2}) = -2 - \sqrt{2} \\ x_2 = -1 + (1 + \sqrt{2}) = \sqrt{2} \end{matrix} \qquad -2 - \sqrt{2} < x < \sqrt{2}$

$9y^2 < 12$

$9y^2 - 12 < 0$; $\quad 3y^2 - 4 = 0$; $\quad 3y^2 = 4$; $\quad y^2 = \frac{4}{3}$; $\quad y = \mp\sqrt{\frac{4}{3}} = \mp\frac{2}{3}\sqrt{3}$; $\qquad -\frac{2}{3}\sqrt{3} < x < +\frac{2}{3}\sqrt{3}$.

$28b - 45 \leq 4b^2$

$-4b^2 + 28b - 45 \leq 0$; $\qquad 4b^2 - 28b + 45 \geq 0$;

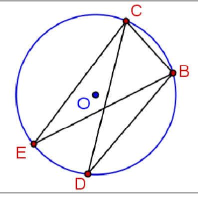
$4b^2 - 28b + 45 = 0$; $\qquad \frac{\Delta}{4} = 196 - 180 = 16$; $\qquad x_{1,2} = \frac{14 \pm \sqrt{16}}{4} = \begin{matrix} x_1 = \frac{14 - 4}{4} = \frac{5}{2} \\ x_2 = \frac{14 + 4}{4} = \frac{9}{2} \end{matrix} \qquad x \leq \frac{5}{2} \quad \vee \quad x \geq \frac{9}{2}$.

$\frac{1}{5}\left(\frac{x - 2}{2}\right) + \frac{4x^2 + x}{4} - \frac{1}{8}\left(1 + \frac{13}{5}\right) \geq 0 \qquad x \leq -1 \quad \vee \quad x \geq \frac{13}{20}$.

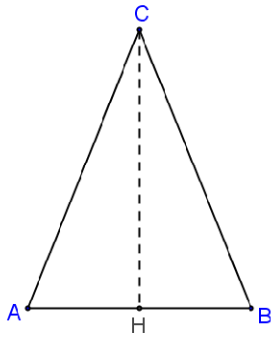
C. Comunque siano presi i punti B, C, D, E sulla circonferenza, è possibile affermare che:

☐ l'angolo CEB è congruente all'angolo CDB [Prova Invalsi 2011-2012]

Perché angoli alla circonferenza che insistono sulla stessa corda.



D. In un triangolo ABC isoscele sulla base AB, l'altezza relativa ad AB è $\frac{3}{5}$ del lato obliquo. Determina l'area del triangolo, sapendo che il suo perimetro è 36 cm.



Soluzione

Ricaviamo le misure dei tre lati in funzione di x per sfruttare l'unico dato certo che è la misura del perimetro.

Si pone $\overline{AC} = x \quad \Rightarrow \quad \overline{CH} = \frac{3}{5}x$ con $x > 0$.

$$\overline{AH} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{CH}^2} = \sqrt{x^2 - \left(\frac{3}{5}x\right)^2} = \sqrt{x^2 - \frac{9}{25}x^2} = \sqrt{\frac{16}{25}x^2} = \frac{4}{5}x .$$

$$\overline{AB} = 2 \cdot \overline{AH} = 2 \cdot \frac{4}{5}x = \frac{8}{5}x .$$

Sfruttiamo la conoscenza della misura del perimetro.

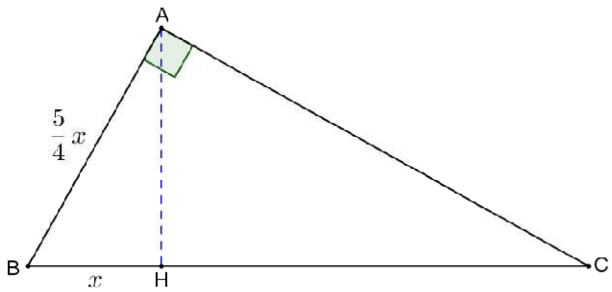
$$\overline{AB} + 2 \cdot \overline{AC} = 36 ; \qquad \frac{8}{5}x + 2 \cdot x = 36; \qquad 8x + 10x = 180 ; \qquad 18x = 180 ; \qquad x = \frac{180}{18} = 10 .$$

Pertanto:

$$\overline{AC} = 10\ cm ; \qquad \overline{CH} = \frac{3}{5} \cdot 10\ cm = 6\ cm ; \qquad \overline{AB} = \frac{8}{5} \cdot 10\ cm = 16\ cm.$$

L'area del triangolo è: $S = \frac{1}{2}\overline{AB} \cdot \overline{CH} = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 6\ cm^2 = 48\ cm^2$.

E. In un triangolo rettangolo un cateto è $\frac{5}{4}$ della sua proiezione sull'ipotenusa. Sapendo che il perimetro del triangolo è 24 cm, determina l'area del triangolo.



Soluzione

Ricaviamo le misure dei tre lati in funzione di x per sfruttare l'unico dato certo che è la misura del perimetro.

Si pone $\overline{BH} = x \quad \Rightarrow \quad \overline{AB} = \frac{5}{4}x$ con $x > 0$.

Applicando Il I° teorema di Euclide:

$$\overline{AB}^2 = \overline{BC} \cdot \overline{BH} ; \qquad \overline{BC} = \frac{\overline{AB}^2}{\overline{BH}} = \frac{\frac{25}{16}x^2}{x} = \frac{25}{16}x .$$

Applicando Il teorema di Pitagora:

$$\overline{AC} = \sqrt{\overline{BC}^2 - \overline{AB}^2} = \sqrt{\left(\frac{25}{16}x\right)^2 - \left(\frac{5}{4}x\right)^2} = \sqrt{\frac{625}{256}x^2 - \frac{25}{16}x^2} = \sqrt{\frac{625 - 400}{256}x^2} = \sqrt{\frac{225}{256}x^2} = \frac{15}{16}x .$$

Sfruttiamo la conoscenza della misura del perimetro.

$$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = 24 ; \qquad \frac{5}{4}x + \frac{25}{16}x + \frac{15}{16}x = 24 ; \qquad 20x + 25x + 15x = 384 ; \qquad 60x = 384 ; \qquad x = \frac{384}{60} = \frac{32}{5} .$$

Pertanto:

$$\overline{BH} = \frac{32}{5}\ cm ; \qquad \overline{AB} = \frac{5}{4} \cdot \frac{32}{5}\ cm = 8\ cm ; \qquad \overline{BC} = \frac{25}{16} \cdot \frac{32}{5}\ cm = 10\ cm ; \qquad \overline{AC} = \frac{15}{16} \cdot \frac{32}{5}\ cm = 6\ cm .$$

L'area del triangolo è: $S = \frac{1}{2}\overline{AB} \cdot \overline{AC} = \frac{1}{2} 8 \cdot 6\ cm = 24\ cm^2$.