

1. Risolvi le seguenti equazioni:

$$5 + |3x - 2(x - 1)| = 2$$

$$2\left(x - \frac{1}{2}\right) + |3x - 4| = 2x - 1$$

$$|4x - 6| - 2 = 0$$

$$2|x + 1| + 6 = 4x$$

2. Risolvi le seguenti disequazioni:

$$\frac{1}{3}x - 4 + 2x \leq \frac{3 + x}{2}$$

$$2x^2 - x - 15 \leq 0$$

$$k(x - 3) < 2x + 1$$

$$\frac{2x - 4}{1 - x} \leq 1$$

$$\left|\frac{x}{x + 1}\right| \geq 1$$

$$|x - 1| - \frac{3}{2} \geq 0$$

$$|4x - 3| - 2 < 0$$

$$3|5 - 2x| \leq 0$$

$$3 - |x + 8| \leq 2x - 1$$

3. Risolvi il seguente sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} -3(x - 1) \geq 2(2 - x) \\ \frac{1}{2}(x - 1) \leq 4 - \frac{1 - x}{4} \\ \frac{x - 5}{2} < \frac{8}{5} \end{cases}$$

4. Per noleggiare un'auto due compagnie applicano le seguenti tariffe: la prima ha una spesa fissa di € 10 più € 20 per ogni giorno di noleggio; la seconda ha una spesa fissa di € 20 più € 18 per ogni giorno di noleggio. Per quanti giorni bisogna noleggiare la macchina affinché la seconda compagnia sia più conveniente?

5. Il proprietario di un albergo di 50 stanze ha speso € 78000 per ammodernamenti e € 48000 per manutenzione di inizio anno; inoltre, prevede di spendere € 15 per le pulizie di ogni stanza occupata quotidianamente. La stagione turistica durerà 120 giorni e, grazie a convenzioni con agenzie turistiche, il 70% delle stanze sarà sempre occupato. Qual è la cifra minima, da far pagare giornalmente per ogni stanza, per coprire almeno le spese sostenute?

6. Dimostra il IV Criterio per riconoscere i parallelogrammi: "Un quadrilatero con due lati opposti paralleli e congruenti è un parallelogramma".

7. Nel parallelogramma ABCD prolunga, sempre nello stesso verso, ogni lato in modo da ottenere i segmenti BM, CN, DE, AF congruenti fra loro. Dimostra che il quadrilatero EFGH è un parallelogramma.

Valutazione	Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	Totale
	Punti		12	30	5	6	9	9	9

Punti	0 - 3	4 - 8	9 - 13	14 - 19	20 - 25	26 - 31	32 - 37	38 - 43	44 - 49	50 - 55	56 - 61	62 - 67	68 - 72	73 - 77	78 - 80
Voto	2	3	3 ½	4	4 ½	5	5 ½	6	6 ½	7	7 ½	8	8 ½	9	10

Soluzione

Risolvi le seguenti equazioni:

$$5 + |3x - 2(x - 1)| = 2$$

$$|3x - 2(x - 1)| = 2 - 5$$

$$|3x - 2(x - 1)| = -3$$

$$\nexists x \in R$$

$$2\left(x - \frac{1}{2}\right) + |3x - 4| = 2x - 1$$

$$2x - 1 + |3x - 4| = 2x - 1$$

$$|3x - 4| = 0$$

$$x - 4 = 0; \quad x = \frac{4}{3}$$

$$|4x - 6| - 2 = 0$$

$$|4x - 6| = 2$$

$$4x - 6 = -2 \quad \vee \quad 4x - 6 = +2$$

$$\text{cioè: } 4x = 4 \quad \vee \quad 4x = 8$$

$$\text{cioè: } x = 1 \quad \vee \quad x = 2$$

$$2|x + 1| + 6 = 4x$$

$$|x + 1| = 2x - 3$$

$$\begin{cases} x + 1 < 0 \\ -(x + 1) = 2x - 3 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} x + 1 \geq 0 \\ +(x + 1) = 2x - 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -1 \\ -x - 1 = 2x - 3 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} x \geq -1 \\ x + 1 = 2x - 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -1 \\ 3x = 2 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} x \geq -1 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -1 \\ x = \frac{2}{3} \text{ non accettabile} \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} x \geq -1 \\ x = 4 \end{cases}$$

Pertanto l'insieme delle soluzioni è $S = \{4\}$

Risolvi le seguenti disequazioni:

$$\frac{1}{3}x - 4 + 2x \leq \frac{3 + x}{2}$$

$$2x - 24 + 12x \leq 9 + 3x$$

$$2x + 12x - 3x \leq 9 + 24$$

$$11x \leq 33$$

$$x \leq 3$$

$$2x^2 - x - 15 \leq 0$$

$$(x - 3)(2x + 5) \leq 0$$

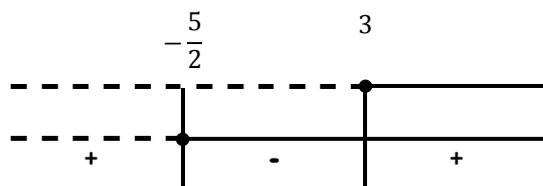
2	-1	-15
3	+6	+15
2	+5	=

$$x - 3 \geq 0$$

$$x \geq 3$$

$$2x + 5 \geq 0$$

$$x \geq -\frac{5}{2}$$



L'insieme delle soluzioni è dato da: $-\frac{5}{2} \leq x \leq 3$

$$k(x-3) < 2x+1$$

$$kx - 3k < 2x + 1$$

$$kx - 2x < 3k + 1$$

$$(k-2)x < 3k+1$$

Se $k-2=0$ cioè se $k=2 \Rightarrow 0 \cdot x < 7 \quad \forall x \in R$

Se $k-2 > 0$ cioè se $k > 2 \Rightarrow x < \frac{3k+1}{k-2}$

Se $k-2 < 0$ cioè se $k < 2 \Rightarrow -(k-2)x > -(3k+1); \quad x > \frac{-(3k+1)}{-(k-2)}; \quad x > \frac{3k+1}{k-2}.$

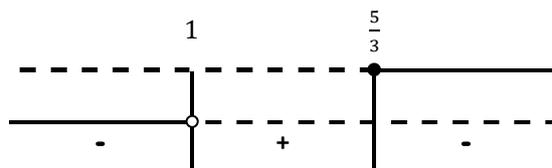
$$\frac{2x-4}{1-x} \leq 1$$

$$\frac{2x-4}{1-x} - 1 \leq 0$$

$$\frac{2x-4-(1-x)}{1-x} \leq 0$$

$$\frac{3x-5}{1-x} \leq 0$$

$$\begin{aligned} 3x-5 &\geq 0 & x &\geq \frac{5}{3} \\ 1-x &> 0 & x &< 1 \end{aligned}$$



L'insieme delle soluzioni è dato da: $x < 1 \vee x \geq \frac{5}{3}$

$$\left| \frac{x}{x+1} \right| \geq 1$$

$$\frac{x}{x+1} \leq -1 \quad \vee \quad \frac{x}{x+1} \geq +1$$

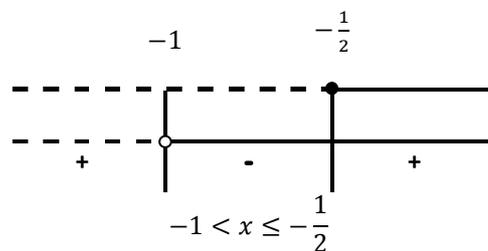
$$\frac{x}{x+1} + 1 \leq 0 \quad \vee \quad \frac{x}{x+1} - 1 \geq 0$$

$$\frac{x+x+1}{x+1} \leq 0 \quad \vee \quad \frac{x-x-1}{x+1} \geq 0$$

$$\frac{2x+1}{x+1} \leq 0 \quad \vee \quad \frac{-1}{x+1} \geq 0$$

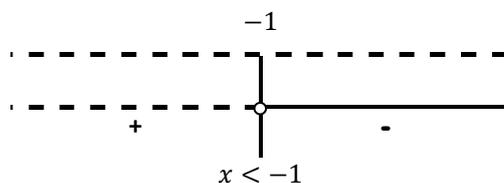
Risolve: $\frac{2x+1}{x+1} \leq 0$

$$\begin{aligned} 2x+1 &\geq 0 & x &\geq -\frac{1}{2} \\ x+1 &> 0 & x &> -1 \end{aligned}$$



Risolve: $\frac{-1}{x+1} \geq 0$

$$\begin{aligned} -1 &\geq 0 & \forall x &\in R \\ x+1 &> 0 & x &> -1 \end{aligned}$$



L'insieme delle soluzioni è dato da: $x < -1 \vee -1 < x \leq -\frac{1}{2}$

$$|x-1| - \frac{3}{2} \geq 0$$

$$|x-1| \geq \frac{3}{2}$$

$$x-1 \leq -\frac{3}{2} \quad \vee \quad x-1 \geq +\frac{3}{2}$$

$$x \leq -\frac{1}{2} \quad \vee \quad x \geq \frac{5}{2}$$

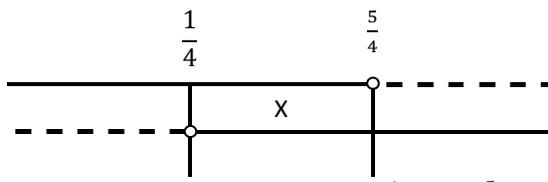
$$|4x - 3| - 2 < 0$$

$$|4x - 3| < 2$$

$$\begin{cases} 4x - 3 < 2 \\ 4x - 3 > -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x < 5 \\ 4x > 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < \frac{5}{4} \\ x > \frac{1}{4} \end{cases}$$



L'insieme delle soluzioni è dato da: $\frac{1}{4} < x < \frac{5}{4}$

$$3|5 - 2x| \leq 0$$

$$|5 - 2x| \leq 0$$

$$5 - 2x = 0$$

$$x = \frac{5}{2}$$

$$3 - |x + 8| \leq 2x - 1$$

$$-|x + 8| \leq 2x - 1 - 3$$

$$-|x + 8| \leq 2x - 4$$

$$|x + 8| \geq 4 - 2x$$

$$\begin{cases} x + 8 < 0 \\ -(x + 8) \geq 4 - 2x \end{cases} \vee \begin{cases} x + 8 \geq 0 \\ +(x + 8) \geq 4 - 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -8 \\ -x - 8 \geq 4 - 2x \end{cases} \vee \begin{cases} x \geq -8 \\ x + 8 \geq 4 - 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -8 \\ x \geq 12 \end{cases} \vee \begin{cases} x \geq -8 \\ 3x \geq -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -8 \\ x \geq 12 \end{cases} \vee \begin{cases} x \geq -8 \\ x \geq -\frac{4}{3} \end{cases}$$



L'insieme delle soluzioni è dato da: $x \geq -\frac{4}{3}$



3. Risolvi il seguente sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} -3(x - 1) \geq 2(2 - x) \\ \frac{1}{2}(x - 1) \leq 4 - \frac{1 - x}{4} \\ \frac{x - 5}{2} < \frac{8}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3x + 3 \geq 4 - 2x \\ 2x - 2 \leq 16 - 1 + x \\ 5x - 25 < 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3x + 2x \geq 4 - 3 \\ 2x - x \leq 16 - 1 + 2 \\ 5x < 25 + 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x \geq 1 \\ x \leq 17 \\ 5x < 41 \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq -1 \\ x \leq 17 \\ x < \frac{41}{5} \end{cases}$$

L'insieme delle soluzioni è dato da: $x \leq -1$

4. Per noleggiare un'auto due compagnie applicano le seguenti tariffe: la prima ha una spesa fissa di € 10 più € 20 per ogni giorno di noleggio; la seconda ha una spesa fissa di € 20 più € 18 per ogni giorno di noleggio. Per quanti giorni bisogna noleggiare la macchina affinché la seconda compagnia sia più conveniente?

Soluzione

Indicando con $x = \text{numero di giorni}$ si ha:

$$10 + 20x > 20 + 18x$$

$$20x - 18x > 20 - 10$$

$$2x > 10$$

$$x > 5$$

La seconda compagnia è più conveniente se si noleggia la macchina per più di 5 giorni.

5. Il proprietario di un albergo di 50 stanze ha speso € 78000 per ammodernamenti e € 48000 per manutenzione di inizio anno; inoltre, prevede di spendere € 15 per le pulizie di ogni stanza occupata quotidianamente. La stagione turistica durerà 120 giorni e, grazie a convenzioni con agenzie turistiche, il 70% delle stanze sarà sempre occupato. Qual è la cifra minima, da far pagare giornalmente per ogni stanza, per coprire almeno le spese sostenute ?

Soluzione

Indicando con $x = \text{la cifra da far pagare giornalmente per ogni stanza}$ si ha:

$$70\% \cdot 50 \cdot 120 x \geq 78\,000 + 48\,000 + 70\% \cdot 50 \cdot 15 \cdot 120 ;$$

$$35 \cdot 120 x \geq 78\,000 + 48\,000 + 35 \cdot 15 \cdot 120 ;$$

$$4200 x \geq 78\,000 + 48\,000 + 63\,000 ;$$

$$4200 x \geq 189\,000 ;$$

$$x \geq \frac{189\,000}{4200} ;$$

$$x \geq 45 ;$$

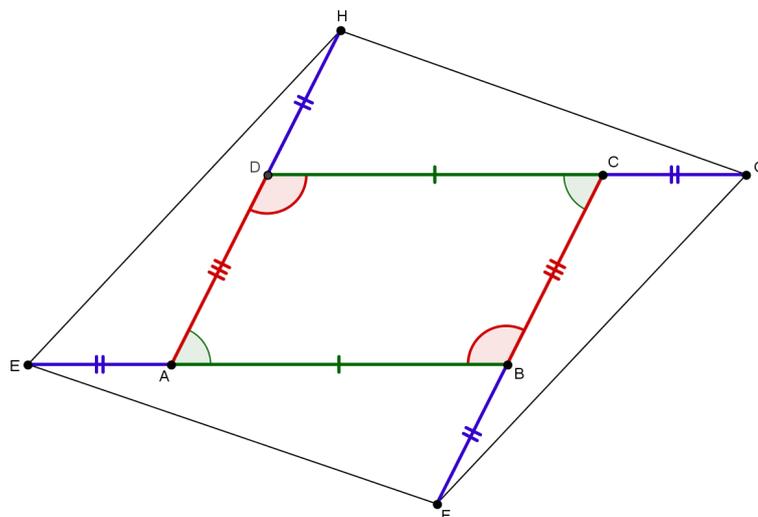
La cifra minima da far pagare giornalmente è di € 45 .

6. Dimostra il IV Criterio per riconoscere i parallelogrammi: "Un quadrilatero con due lati opposti paralleli e congruenti è un parallelogramma".

[Soluzione: Consulta il libro di testo]

7. Nel parallelogramma ABCD prolunga, sempre nello stesso verso, ogni lato in modo da ottenere i segmenti AE, BF, CG, DH congruenti fra loro. Dimostra che il quadrilatero EFGH è un parallelogramma.

IPOTESI	⇒	TESI
ABCD è un parallelogramma $AE \cong BF \cong CG \cong DH$		EFGH è un parallelogramma



Dimostrazione

I triangoli EHA e FCG sono congruenti per il I C.C.T. Infatti:

$AE \cong CG$ per ipotesi

$AH \cong CF$ perché somma di segmenti congruenti

$\widehat{E\hat{A}H} \cong \widehat{F\hat{C}G}$ perché supplementari degli angoli congruenti $\widehat{B\hat{A}D}$ e $\widehat{D\hat{C}B}$.

Dalla congruenza dei triangoli EHA e FCG si ricava che $HE \cong GF$.

I triangoli DHG e EBF sono congruenti per il I C.C.T. Infatti:

$DH \cong BF$ per ipotesi

$DG \cong EB$ perché somma di segmenti congruenti

$\widehat{G\hat{D}H} \cong \widehat{E\hat{B}F}$ perché supplementari degli angoli congruenti $\widehat{A\hat{D}C}$ e $\widehat{C\hat{B}A}$.

Dalla congruenza dei triangoli DHG e EBF si ricava che $HG \cong EF$.

Avendo dimostrato che il quadrilatero EFGH ha i lati opposti congruenti, per un teorema sul parallelogramma, si conclude che EFGH è un parallelogramma.