Liceo Scientifico "G. Galilei" Trebisacce
Anno Scolastico 2012-2013

Prova di Matematica : Relazioni e Funzioni + Triangoli e criteri di parallelismo

21.03.2013

Alunno: ______________________________________ Classe: **1 C**

prof. Mimmo Corrado

1. Completa la tabella a lato in modo da ottenere una relazione antiriflessiva e simmetrica.

A\A	1	2	3	4
1		X		X
2				
3				X
4		X		

2. Nell'insieme N dei numeri naturali, la relazione R: "$x - y$ è un numero naturale" è:
☐ Riflessiva ☐ Antiriflessiva ☐ Simmetrica ☐ Antisimmetrica ☐ Transitiva
☐ Equivalenza ☐ Ordine stretto ☐ Ordine largo ☐ Ordine totale ☐ Ordine parziale

3. In un insieme di persone, in cui non ci sono coetanei, la relazione R: "x è $più\ giovane\ di\ y$" è:
☐ Riflessiva ☐ Antiriflessiva ☐ Simmetrica ☐ Antisimmetrica ☐ Transitiva
☐ Equivalenza ☐ Ordine stretto ☐ Ordine largo ☐ Ordine totale ☐ Ordine parziale

4. La relazione $f : A \to B$ con $A = \{-2, +2, -3, +3\}$ e $B = \{4, 9\}$ individuata dalle coppie: $(-2; 4), (+2; 4), (-3; 9), (+3; 9)$ è una:
☐ funzione ☐ funzione iniettiva ma non suriettiva ☐ funzione suriettiva ma non iniettiva ☐ relazione riflessiva

5. Rappresenta nelle 4 modalità studiate la relazione R: "x è $un\ divisore\ di\ y$" definita nell'insieme A$= \{2, 3, 4, 6\}$ e specificane il tipo

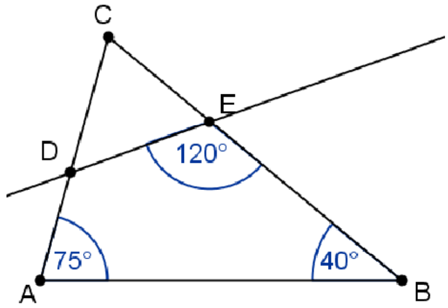
6. Traccia il grafico delle seguenti funzioni e individua dominio, codominio e il tipo (*iniettiva*, *suriettiva*, *biunivoca*):
$y = -\frac{1}{2}x + 3$ $y = -\frac{24}{x}$ $y = -x^2 - 2x + 3$ $y = |2x - 3|$

7. Traccia il grafico di una funzione suriettiva ma non iniettiva avente per dominio $D = [-3,\ 6]$ e per codominio $C = [-2,\ 4]$

8. Siano a e b due rette parallele, tagliate da una trasversale t rispettivamente nei punti A e B. Si prendano rispettivamente su a e b, da una stessa parte rispetto alla trasversale t, due punti C e D tali che $AC \cong BD$. Dimostra che $AB \cong CD$.

9. Sia ABC un triangolo isoscele sulla base AB e CH l'altezza relativa ad AB. Prolunghiamo CH, dalla parte di H, di un segmento $HD \cong CH$ e dimostriamo che la retta AC è parallela alla retta BD.

10. Nella figura a lato, determina le ampiezze degli angoli $C\widehat{D}E$ e $D\widehat{C}E$ motivando le risposte?



Valutazione	Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Totale
	Punti	2	2	2	2	10	28	6	10	10	8	80

Punti	*0 - 3*	*4 - 8*	*9 - 13*	*14 - 19*	*20 - 25*	*26 - 31*	*32 - 37*	*38 - 43*	*44 - 49*	*50 - 55*	*56 - 61*	*62 - 67*	*68 - 72*	*73 - 76*	*77 - 80*
Voto	*2*	*3*	*3 ½*	*4*	*4 ½*	*5*	*5½*	*6*	*6 ½*	*7*	*7 ½*	*8*	*8 ½*	*9*	*10*

Soluzione

A\A	1	2	3	4
1		X		X
2	X			X
3				X
4	X	X	X	

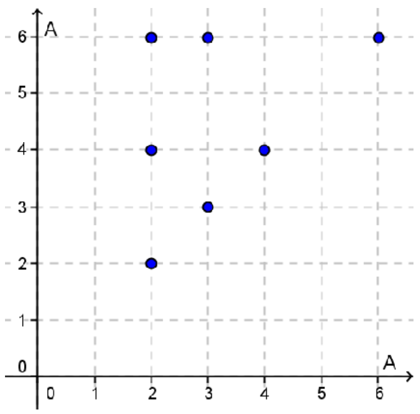
1. Completa la tabella a lato in modo da ottenere una relazione che gode delle proprietà antiriflessiva e simmetrica.

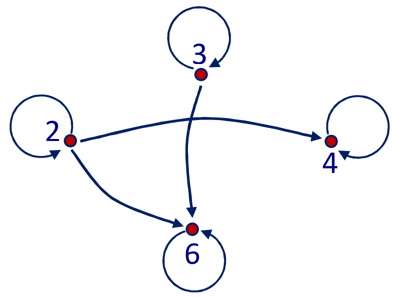
2. Nell'insieme N dei numeri naturali, la relazione R: "$x - y$ è un numero naturale" è:
   ☐ Riflessiva ☐ Antisimmetrica ☐ Transitiva ☐ Ordine largo ☐ Ordine totale

3. In un insieme di persone, in cui non ci sono coetanei, la relazione R: "x è $più\ giovane\ di\ y$" è:
   ☐ Antiriflessiva ☐ Antisimmetrica ☐ Transitiva ☐ Ordine stretto ☐ Ordine totale

4. La relazione $f : A \rightarrow B$ con $\mathrm{A} = \{-2, +2, -3, +3\}$ e $\mathrm{B} = \{4, 9\}$ individuata dalle coppie: $(-2; 4)$, $(+2; 4)$, $(-3; 9)$, $(+3; 9)$ è una:
   ☐ funzione suriettiva ma non iniettiva

5. Rappresenta nelle 4 modalità studiate la relazione R: "x è $un\ divisore\ di\ y$" definita nell'insieme A= $\{2, 3, 4, 6\}$ e specificane il tipo





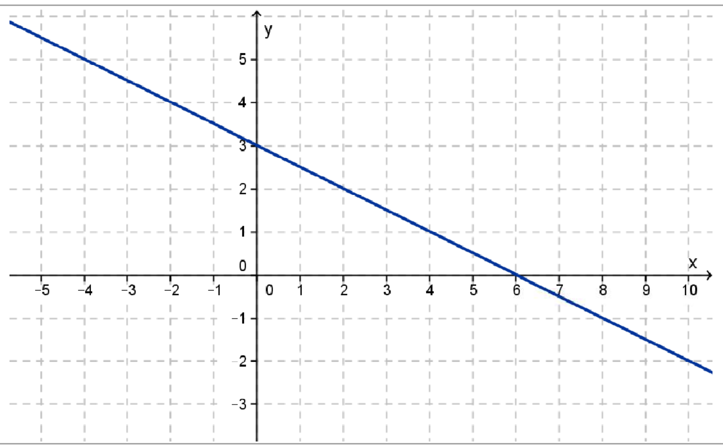
$R = \{(2\,;2)\,, (2\,;4)\,, (2\,;6), (3\,;\ 3)\,, (3\,;\ 6)\,, (4\,;\ 4)\,, (6\,;\ 6)\}$

La relazione R è:
Riflessiva – Antisimmetrica – Transitiva – Ordine parziale largo

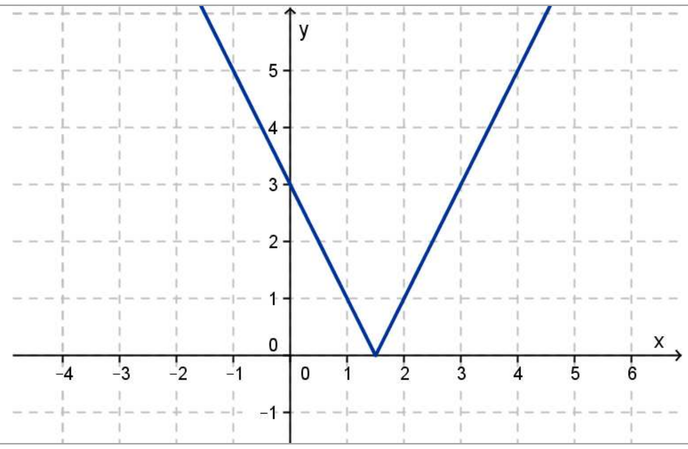
A\A	2	3	4	6
2	X		X	X
3		X		X
4			X	
6				X

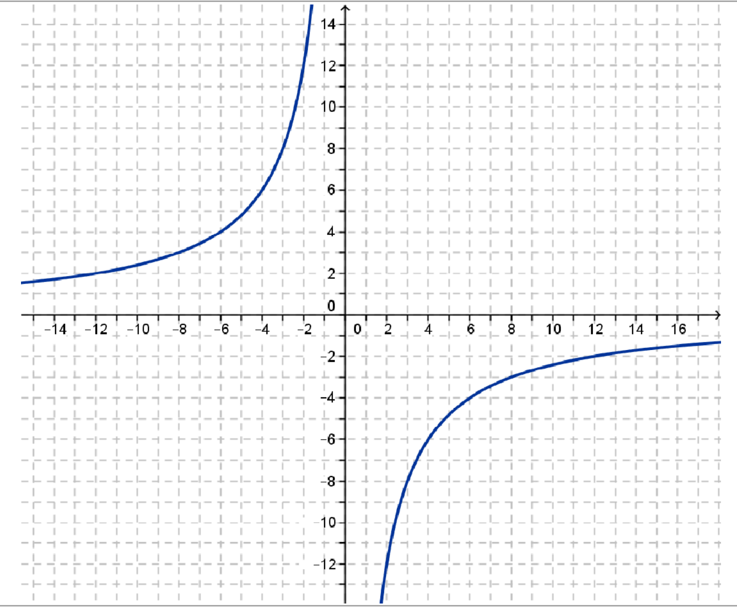
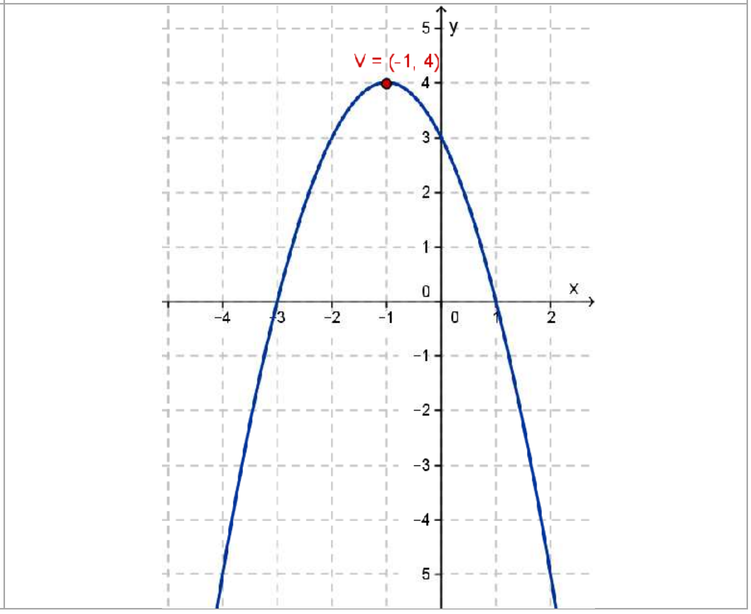
6. Traccia il grafico delle seguenti funzioni:

$y = -\frac{1}{2}x + 3$ $\quad f: R \rightarrow R$ biunivoca

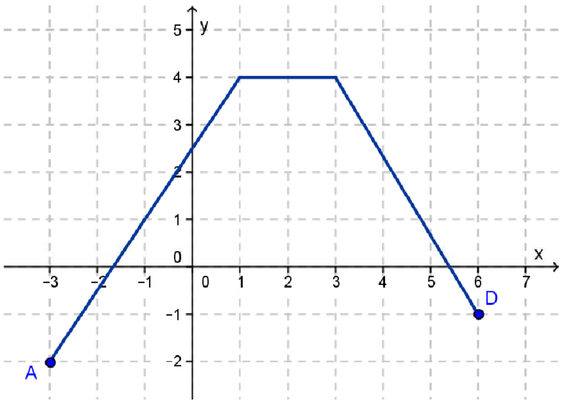


$y = |2x - 3|$ $\quad f: R \rightarrow [0, +\infty[$ non iniettiva, suriettiva



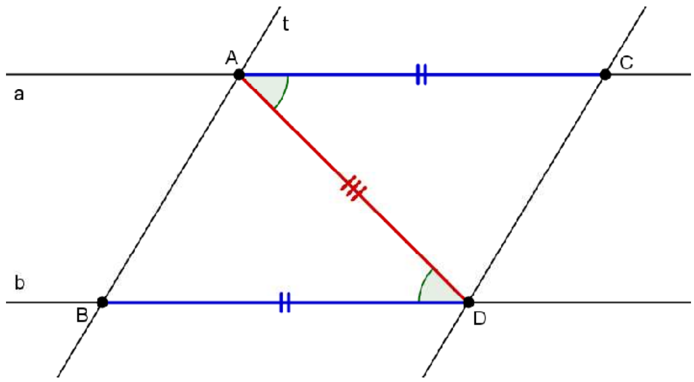
$y = -\frac{24}{x}$ $\quad f: R - \{0\} \to R - \{0\}$ biunivoca	$y = -x^2 - 2x + 3$ $\quad f: R \to]-\infty, 4]$ non iniettiva, suriettiva
	

7. Traccia il grafico di una funzione suriettiva ma non iniettiva avente per dominio $D = [-3,\ 6]$ e per codominio $D = [-2,\ 4]$



8. Siano a e b due rette parallele, tagliate da una trasversale t rispettivamente nei punti A e B. Si prendano rispettivamente su a e b, da una stessa parte rispetto alla trasversale t, due punti C e D tali che $AC \cong BD$. Dimostra che $AB \cong CD$.

IPOTESI		TESI
$a \parallel b$ $AC \cong BD$	$\Rightarrow$	$AB \cong CD$



Dimostrazione

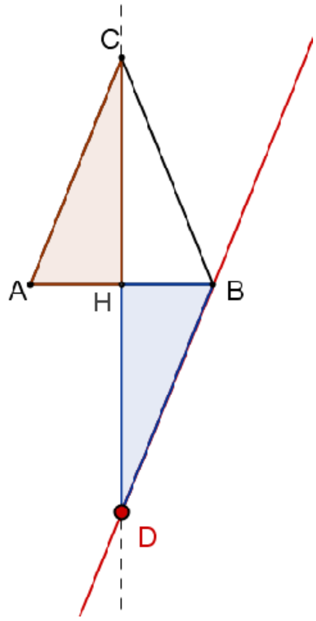
Per dimostrare che $AB \cong CD$ è sufficiente dimostrare che i triangoli ABD e ACD sono congruenti.

ABD ≅ ACD per il I C.C.T. Infatti:

$AC \cong BD$ per ipotesi
AD in comune
$A\widehat{D}B \cong C\hat{A}D$ perché angoli alterni interni alle rette parallele a e b tagliate dalla trasversale AD.

Avendo dimostrato che ABD ≅ ACD si ha la tesi, cioè: $AB \cong CD$

9. Sia ABC un triangolo isoscele sulla base AB e CH l’altezza relativa ad AB. Prolunghiamo CH, dalla parte di H, di un segmento $HD \cong CH$ e dimostriamo che la retta AC è parallela alla retta BD.



IPOTESI		TESI
ABC è un triangolo isoscele $HD \cong CH$	$\Rightarrow$	$AC \parallel BD$

Dimostrazione

Per dimostrare che $AC \parallel BD$ è sufficiente dimostrare che esse formano con una generica retta trasversale angoli alterni interni congruenti. Pertanto, è sufficiente dimostrare che $A\hat{C}H \cong B\hat{D}H$.

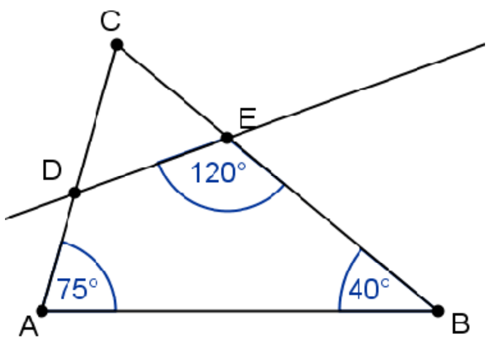
Per dimostrare che $A\hat{C}H \cong B\hat{D}H$ è sufficiente dimostrare che i triangoli ACH e BDH sono congruenti.

$ACH \cong BDH$ per il I C.C.T. Infatti:

$AH \cong BH$ perché nel triangolo isoscele l’altezza relativa al lato non uguale è anche mediana
$CH \cong DH$ per ipotesi
$A\hat{H}C \cong B\hat{H}D$ perché angoli opposti al vertice.

Avendo dimostrato che $ACH \cong BDH$ si ha che $A\hat{C}H \cong B\hat{D}H$ e che $AC \parallel BD$.

11. Nella figura a lato, determina le ampiezze degli angoli $C\hat{D}E$ e $D\hat{C}E$ motivando le risposte?



Soluzione 1

Essendo $B\hat{E}C$ un angolo piatto, si ha: $C\hat{E}D = 180° - B\hat{E}D = 180° - 120° = 60°$.

Essendo la somma degli angoli interni di un quadrilatero uguale a due angoli piatti, si ha:
$A\hat{D}E = 360° - \hat{A} - \hat{B} - B\hat{E}D = 360° - 75° - 40° - 120° = 125°$.

Essendo $A\hat{D}C$ un angolo piatto, si ha: $C\hat{D}E = 180° - A\hat{D}E = 180° - 125° = 55°$.

Essendo la somma degli angoli interni di un triangolo uguale a un angolo piatto, si ha:
$\hat{C} = 180° - C\hat{D}E - C\hat{E}D = 180° - 55° - 60° = 65°$.

Soluzione 2

Essendo $B\hat{E}C$ un angolo piatto, si ha: $C\hat{E}D = 180° - B\hat{E}D = 180° - 120° = 60°$.

Essendo la somma degli angoli interni di un triangolo uguale a un angolo piatto, si ha:
$\hat{C} = 180° - \hat{A} - \hat{B} = 180° - 75° - 40° = 65°$.
Essendo la somma degli angoli interni di un triangolo uguale a un angolo piatto, si ha:
$C\hat{D}E = 180° - \hat{C} - C\hat{E}D = 180° - 65° - 60° = 55°$.