

1. Risolvi le seguenti disequazioni:

$$x^2 + 5x > (x - 3)^2 - 3(4 - 3x)$$

$$\left[\left(2 - \frac{1}{2}x \right) \left(-2 - \frac{1}{2}x \right) + (x - 2)^2 \right] \cdot \left(-\frac{4}{5} \right) - \frac{1}{5}x \leq 1 - x(x - 5)$$

$$x^3 - x^2 - 6x < 0$$

$$\frac{2x - 4}{1 - x} \leq 1$$

$$bx + b^2 \geq 2(b^2 + x) - 4$$

2. Risolvi il seguente sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} (x - 1)^2 \geq (x + 1)^2 \\ 2 < 1 - (x - 5) \\ \frac{1}{3}x - 5 \geq 2x \end{cases}$$

3. Un rappresentante di commercio può scegliere tra due tipi di contratto:

- Contratto A: stipendio mensile fisso di 700 € più una percentuale del 6% sulle vendite effettuate nel mese;
- Contratto B: stipendio mensile fisso di 600 € più una percentuale del 8% sulle vendite effettuate nel mese.

Sotto quali condizioni il contratto A è migliore del contratto B?

4. Nel parallelogramma ABCD conduci la diagonale AC e il segmento MN che unisce i punti medi dei lati AB e CD. Dimostra che MN e AC si bisecano.

Valutazione	Esercizio	1	2	3	4	Totale
	Punti		35	15	15	15

Punti	0 - 3	4 - 8	9 - 13	14 - 19	20 - 25	26 - 31	32 - 37	38 - 43	44 - 49	50 - 55	56 - 61	62 - 67	68 - 72	73 - 76	77 - 80
Voto	2	3	3 ½	4	4 ½	5	5 ½	6	6 ½	7	7 ½	8	8 ½	9	10

Soluzione

1. Risolvi le seguenti disequazioni:

$$x^2 + 5x > (x - 3)^2 - 3(4 - 3x);$$

$$5x + 6x - 9x > 9 - 12;$$

$$x > -\frac{3}{2}$$

$$x^2 + 5x > x^2 + 9 - 6x - 12 + 9x;$$

$$2x > -3;$$

$$\left[-\frac{3}{2}, +\infty\right[$$

$$\left[\left(2 - \frac{1}{2}x\right)\left(-2 - \frac{1}{2}x\right) + (x - 2)^2\right] \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) - \frac{1}{5}x \leq 1 - x(x - 5);$$

$$\left[\frac{1}{4}x^2 - 4 + x^2 + 4 - 4x\right] \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) - \frac{1}{5}x \leq 1 - x^2 + 5x;$$

$$+\frac{16}{5}x - \frac{1}{5}x \leq 1 + 5x;$$

$$-10x \leq 5;$$

$$10x \geq -5;$$

$$\left[\frac{5}{4}x^2 - 4x\right] \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) - \frac{1}{5}x \leq 1 - x^2 + 5x;$$

$$+16x - x \leq 5 + 25x;$$

$$x \geq -\frac{1}{2}$$

$$\left[-\frac{1}{2}, +\infty\right[$$

$$x^3 - x^2 - 6x < 0;$$

$$x(x + 2)(x - 3) < 0;$$

$$x > 0$$

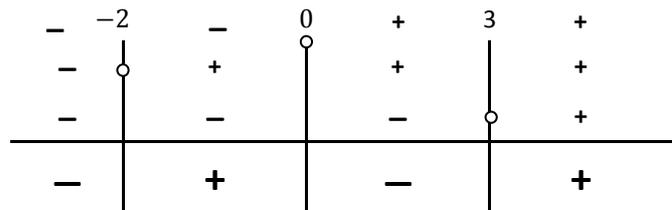
$$x + 2 > 0$$

$$x - 3 > 0$$

$$x > 0$$

$$x > -2$$

$$x > 3$$



L'insieme delle soluzioni è dato da: $x < -2 \vee 0 < x < 3$

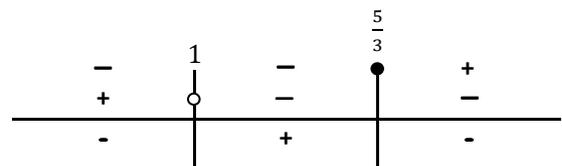
$$\frac{2x - 4}{1 - x} \leq 1$$

$$\frac{2x - 4}{1 - x} - 1 \leq 0$$

$$\frac{2x - 4 - (1 - x)}{1 - x} \leq 0$$

$$\frac{3x - 5}{1 - x} \leq 0$$

$$\begin{aligned} 3x - 5 &\geq 0 & x &\geq \frac{5}{3} \\ 1 - x &> 0 & x &< 1 \end{aligned}$$



L'insieme delle soluzioni è dato da: $x < 1 \vee x \geq \frac{5}{3}$

$$bx + b^2 \geq 2(b^2 + x) - 4;$$

$$bx - 2x \geq 2b^2 - b^2 - 4;$$

$$\text{se } b - 2 > 0$$

$$\text{se } b - 2 < 0$$

$$\text{se } b - 2 = 0$$

$$\text{se } b > 2$$

$$\text{se } b < 2$$

$$\text{se } b = 2$$

$$bx + b^2 \geq 2b^2 + 2x - 4;$$

$$(b - 2)x \geq b^2 - 4;$$

$$x \geq \frac{b^2 - 4}{b - 2}$$

$$x \leq \frac{b^2 - 4}{b - 2}$$

$$0x \geq 0$$

$$x \geq b + 2$$

$$x \leq b + 2$$

$$\forall x \in \mathbb{R}$$

2. Risolvi il seguente sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} (x-1)^2 \geq (x+1)^2 \\ 2 < 1 - (x-5) \\ \frac{1}{3}x - 5 \geq 2x \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + 1 - 2x \geq x^2 + 1 + 2x \\ 2 < 1 - x + 5 \\ x - 15 \geq 6x \end{cases} \quad \begin{cases} -2x \geq +2x \\ x < 1 + 5 - 2 \\ -5x \geq 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4x \geq 0 \\ x < 4 \\ 5x \leq -15 \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 0 \\ x < 4 \\ x \leq -3 \end{cases} \quad x \leq -3 \quad]-\infty, -3]$$

3. Un rappresentante di commercio può scegliere tra due tipi di contratto:

- Contratto A: stipendio mensile fisso di 700 € più una percentuale del 6% sulle vendite effettuate nel mese;
- Contratto B: stipendio mensile fisso di 600 € più una percentuale del 8% sulle vendite effettuate nel mese.

Sotto quali condizioni il contratto A è migliore del contratto B?

Soluzione

Poniamo le vendite effettuate nel mese = x

Si ottiene la seguente disequazione:

$$\begin{aligned} 700 + 0,06x &> 600 + 0,08x ; & \frac{6}{100}x - \frac{8}{100}x &> 600 - 700 ; \\ 6x - 8x &> 60000 - 70000 ; & -2x &> 10000 ; \\ 2x < 10000 ; & & x < 5000 . \end{aligned}$$

Pertanto il contratto A è migliore del contratto B se in un mese si vende merce per una somma inferiore a 5000 €.

4. Nel parallelogramma ABCD conduci la diagonale AC e il segmento MN che unisce i punti medi dei lati AB e CD. Dimostra che MN e AC si bisecano.

Soluzione

Per dimostrare che MN e AC si bisecano, è sufficiente dimostrare che i triangoli AMO e CNO sono congruenti.

$AMO \cong CNO$ per il II criterio di congruenza dei triangoli. Infatti

$$AM \cong CN \quad \text{perché} \quad AM \cong \frac{1}{2}AB \cong \frac{1}{2}CD \cong CN$$

$\widehat{AMO} \cong \widehat{CNO}$ perché angoli alterni interni alle rette parallele AB e CD tagliate dalla trasversale MN

$\widehat{MAO} \cong \widehat{NCO}$ perché angoli alterni interni alle rette parallele AB e CD tagliate dalla trasversale AC.

Pertanto si conclude che: $AO \cong CO$ e $MO \cong ON$.

