Liceo Scientifico "G. Galilei" Trebisacce
Anno Scolastico 2012-2013

Prova di Matematica : Equazioni e problemi di I grado

02.05.2013
prof. Mimmo Corrado

Alunno: ______________________________________ Classe: **1 C**

1. Completa la seguente tabella:

Espressione	Dominio	Identità	Eq. determinata	Eq. indeterminata	Eq. impossibile
$3x - 6 = 0$	Z				
$6x = 2$	N				
$x = x - 5$	R				
$7 + 2(x - 1) = 2x + 5$	R				
$x - y = 3$	R				
$2\|x\| - 1 = 2x - 1$	R				

2. Verifica se l'espressione a lato è una identità: $(2x-1)^3 + (1-2x)^2 = 2x(2x-1)^2$

3. Data la formula: $A = \dfrac{b^2 + c}{t-1} - 3$ ricava la formula per determinare t .

4. Risolvi le seguenti equazioni :

$2x^2 - 2 - x = x(2x-3) + 6$ [*effettua la verifica*]

$4z^2 - z(z-3) - (1-z)(1+z) = 1 - 2[1 - 2z(z-1)]$ [*effettua la verifica*]

$\dfrac{3}{2x-3} + \dfrac{3(2x-1)}{4x^2 - 14x + 12} - \dfrac{5}{2x-4} = 0$ [*effettua la verifica*]

$(2x+1)^2 - \left[2(x+3) + \dfrac{19}{x-3}\right]^2 = \dfrac{8}{x^2 + 9 - 6x} + \dfrac{9x^2 - 20x^3}{(x-3)^2}$

5. Risolvi le seguenti equazioni letterali :

$a^3x - a^2 = 4ax - 4$ $\qquad \dfrac{2-a-2x}{4a-a^2} + \dfrac{3x}{a} - \dfrac{4x}{a-4} = 0$ $\qquad \dfrac{x+2}{x-2} - \dfrac{x}{mx - 2m - x + 2} = 0$

6. Mimmo sfida la sorella Anna in una corsa su una distanza di 150 m . Anna riceve dal fratello un vantaggio di 50 m . Mimmo ha una velocità di 1,5 m/s superiore a quella della sorella. Al traguardo arrivano nello stesso istante. Quali sono le velocità dei due fratelli ?

7. Alle ore 10:20 un'auto parte dal casello autostradale di Firenze in direzione di Roma. Alle 10:30 una seconda auto parte dal casello autostradale di Roma in direzione di Firenze. Sapendo che il percorso autostradale Firenze – Roma è di 280 km e che le due auto viaggiano entrambe a 100 km/h , a che ora la prima auto incontra la seconda ?

8. La base di un triangolo isoscele supera di 2 m il lato obliquo e il rapporto tra il perimetro e i $\frac{4}{5}$ del lato obliquo è 4. Determina il perimetro del triangolo.

Valutazione	Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8	Totale
	Punti	3	4	4	4-5-6-7	7-8-8	8	8	8	80

Punti	*0 - 3*	*4 - 8*	*9 - 13*	*14 - 19*	*20 - 25*	*26 - 31*	*32 - 37*	*38 - 43*	*44 - 49*	*50 - 55*	*56 - 61*	*62 - 67*	*68 - 72*	*73 - 76*	*77 - 80*
Voto	*2*	*3*	*3 ½*	*4*	*4 ½*	*5*	*5½*	*6*	*6 ½*	*7*	*7 ½*	*8*	*8 ½*	*9*	*10*

Soluzione

1. Completa la seguente tabella:

Espressione	Dominio	Identità	Eq. determinata	Eq. indeterminata	Eq. impossibile
$3x-6=0$	Z		X		
$6x=2$	N				X
$x=x-5$	R				X
$7+2(x-1)=2x+5$	R	X		X	
$x-y=3$	R			X	
$2\|x\|-1=2x-1$	R			X	

2. Verifica se l'espressione a lato è una identità: $\mathbf{(2x-1)^3+(1-2x)^2=2x(2x-1)^2}$

$8x^3-1-12x^2+6x+1+4x^2-4x=2x(4x^2+1-4x)$; $8x^3-1-12x^2+6x+1+4x^2-4x=8x^3+2x-8x^2$;

$8x^3-8x^2+2x=8x^3+2x-8x^2$; È un'identità.

3. Data la formula: $\boldsymbol{A=\dfrac{b^2+c}{t-1}-3}$, ricava la formula per determinare t .

$A=\dfrac{b^2+c}{t-1}-3$; $(t-1)\cdot A=(t-1)\cdot\dfrac{b^2+c}{t-1}-3(t-1)$; $A\,t-A=b^2+c-3t+3$;

$A\,t+3t=A+b^2+c+3$; $(A+3)\,t=A+b^2+c+3$; $t=\dfrac{A+b^2+c+3}{A+3}$.

4. Risolvi le seguenti equazioni:

$\boldsymbol{2x^2-2-x=x(2x-3)+6}$; $2x^2-2-x=2x^2-3x+6$; $-2-x=-3x+6$;

$-x+3x=2+6$; $2x=8$; $x=4$.

$\boldsymbol{4z^2-z(z-3)-(1-z)(1+z)=1-2[1-2z(z-1)]}$; $4z^2-z^2+3z-1+z^2=1-2[1-2z^2+2z]$;

$4z^2+3z-1=1-2+4z^2-4z$; $3z-1=1-2-4z$;

$3z+4z=1+1-2$; $7z=0$; $z=0$.

$\boldsymbol{\dfrac{3}{2x-3}+\dfrac{3(2x-1)}{4x^2-14x+12}-\dfrac{5}{2x-4}=0}$; $\dfrac{3}{2x-3}+\dfrac{3(2x-1)}{2(x-2)(2x-3)}-\dfrac{5}{2(x-2)}=0$ $\quad C.E.:\ x\neq 2\ \wedge\ x\neq\dfrac{3}{2}$

$6(x-2)+3(2x-1)-5(2x-3)=0$; $6x-12+6x-3-10x+15=0$;

$2x=0$; $x=0\quad Accettabile$.

$\boldsymbol{(2x+1)^2-\left[2(x+3)+\dfrac{19}{x-3}\right]^2=\dfrac{8}{x^2+9-6x}+\dfrac{9x^2-20x^3}{(x-3)^2}}$ $\quad C.E.:\ x\neq 3$

$4x^2+1+4x-\left[\dfrac{2x^2-18+19}{x-3}\right]^2=\dfrac{8}{(x-3)^2}+\dfrac{9x^2-20x^3}{(x-3)^2}$;

$4x^2+1+4x-\left[\dfrac{2x^2+1}{x-3}\right]^2=\dfrac{8+9x^2-20x^3}{(x-3)^2}$;

$4x^2+1+4x-\dfrac{(2x^2+1)^2}{(x-3)^2}=\dfrac{8+9x^2-20x^3}{(x-3)^2}$;

$(4x^2+1+4x)(x-3)^2-(2x^2+1)^2=8+9x^2-20x^3$;

$(4x^2+1+4x)(x^2+9-6x)-(2x^2+1)^2=8+9x^2-20x^3$;

$4x^4 + 36x^2 - 24x^3 + x^2 + 9 - 6x + 4x^3 + 36x - 24x^2 - 4x^4 - 1 - 4x^2 = 8 + 9x^2 - 20x^3$;

$9 - 6x + 36x - 1 = 8$; $\quad -6x + 36x = 8 - 9 + 1$; $\quad 30x = 0$; $\quad x = 0$ Accettabile .

5. Risolvi le seguenti equazioni letterali :

$\boldsymbol{a^3x - a^2 = 4ax - 4}$; $\quad a^3x - 4ax = a^2 - 4$; $\quad (a^3 - 4a)x = a^2 - 4$;

$Se \;\; a^3 - 4a = 0$; $cioè \;\; se \;\; a(a^2 - 4) = 0$; $\quad a(a+2)(a-2) = 0$;

$Se \;\; a = 0 \quad 0x = -4 \quad eq.\ impossibile$

$Se \;\; a = -2 \quad 0x = 0 \quad eq. indeterminata$

$Se \;\; a = 2 \quad 0x = 0 \quad eq. indeterminata$

$$Se \;\; a \neq 0 \;\; \wedge \;\; a \neq \mp 2 \qquad \Rightarrow \qquad x = \frac{a^2 - 4}{a^3 - 4a} = \frac{(a+2)(a-2)}{a(a+2)(a-2)} = \frac{1}{a}$$

Riassumendo:

Parametro	*Tipo di equazione*	*Soluzione*
$a = 0$	$Equazione\ impossibile$	$\nexists\, x \in R$
$a = \mp 2$	$Equazione\ indeterminata$	$\forall x \in R$
$a \neq 0 \quad \wedge \quad a \neq \mp 2$	$Equazione\ determinata$	$x = \dfrac{1}{a}$

$$\boldsymbol{\frac{2 - a - 2x}{4a - a^2} + \frac{3x}{a} - \frac{4x}{a - 4} = 0} \; ; \qquad \frac{2 - a - 2x}{a(4 - a)} + \frac{3x}{a} + \frac{4x}{4 - a} = 0 \; ; \qquad C.E.(p):\;\; a \neq 0 \;\; \wedge \;\; a \neq 4$$

$2 - a - 2x + 3x(4 - a) + 4ax = 0$; $\quad 2 - a - 2x + 12x - 3ax + 4ax = 0$; $\quad 2 - a + 10x + ax = 0$;

$(10 + a)x = a - 2$;

$Se \;\; 10 + a = 0$; $\quad cioè \;\; se \;\; a = -10 \quad \Rightarrow \quad 0x = -12 \quad eq.\ impossibile$

$$Se \;\; a \neq -10 \qquad \Rightarrow \qquad x = \frac{a - 2}{a + 10}$$

Riassumendo:

Parametro	*Tipo di equazione*	*Soluzione*
$a = 0 \;\; \vee \;\; a = 4$	*Equazione priva di significato*	-
$a = -10$	$Equazione\ impossibile$	$\nexists\, x \in R$
$a \neq 0 \quad \wedge \quad a \neq 4 \quad \wedge \quad a \neq -10$	$Equazione\ determinata$	$x = \dfrac{a - 2}{a + 10}$

$$\boldsymbol{\frac{x + 2}{x - 2} - \frac{x}{mx - 2m - x + 2} = 0} \; ; \qquad \frac{x + 2}{x - 2} - \frac{x}{(m - 1)(x - 2)} = 0 \; ;$$

$C.E.(parametro):\;\; m \neq 1$

$C.E.(incognita):\;\; x \neq 2$

$(m - 1)(x + 2) - x = 0$; $\quad mx + 2m - x - 2 - x = 0$;

$mx - 2x = 2 - 2m$; $\quad (m - 2)x = 2(1 - m)$;

$Se \;\; m - 2 = 0$; $\quad cioè \;\; se \;\; m = 2 \quad \Rightarrow \quad 0x = -2 \quad eq.\ impossibile$

$$Se \;\; m \neq 2 \qquad \Rightarrow \qquad x = \frac{2(1 - m)}{m - 2} \qquad Tale\ soluzione\ è\ accettabile\ se\ soddisfa\ il\ \ C.E.(i):\;\; x \neq 2\,.$$

$$Risolvendo \;\; \frac{2(1 - m)}{m - 2} \neq 2 \;\; si\ ha: \;\; 2(1 - m) \neq 2(m - 2)\,; \qquad 2 - 2m \neq 2m - 4\,; \qquad 4m \neq 6\,; \qquad m \neq \frac{3}{2}.$$

Riassumendo:

Parametro	*Tipo di equazione*	*Soluzione*
$m = 1$	*Equazione priva di significato*	-
$m = 2$	*Equazione impossibile*	$\nexists\, x \in R$
$m \neq 1 \quad \wedge \quad m \neq 2 \quad \wedge \quad m \neq \dfrac{3}{2}$	*Equazione determinata*	$x = \dfrac{2(1-m)}{m-2}$

6. Mimmo sfida la sorella Anna in una corsa su una distanza di $150\ m$. Anna riceve dal fratello un vantaggio di $50\ m$. Mimmo ha una velocità di $1{,}5\ m/s$ superiore a quella della sorella. Al traguardo arrivano nello stesso istante. Quali sono le velocità dei due fratelli ?

<u>Soluzione</u>

Indichiamo la velocità di Anna $v_{Anna} = x$ *e la velocità di Mimmo* $v_{Mimmo} = x + 1{,}5$

Il tempo impiegato da Mimmo ed Anna per percorrere rispettivamente $150\ m$ *e* $100\ m$ *è identico, cioè:* $t_{Mimmo} = t_{Anna}$

Dalla formula della velocità $v = \frac{s}{t} \quad \Rightarrow \quad t = \frac{s}{v}$. *Pertanto:*

$t_{Mimmo} = t_{Anna}$; $\qquad \dfrac{s_M}{v_M} = \dfrac{s_A}{v_A}$; $\qquad \dfrac{150}{x+1{,}5} = \dfrac{100}{x}$; $\qquad 150x = 100x + 150$;

$50x = 150$; $\qquad x = 3$.

Pertanto la velocità di Anna è $v_{Anna} = 3\, m/s$.

Mentre la velocità di Mimmo è $v_{Mimmo} = 4{,}5\, m/s$.

7. Alle ore $10{:}20$ un'auto parte dal casello autostradale di Firenze in direzione di Roma. Alle $10{:}30$ una seconda auto parte dal casello autostradale di Roma in direzione di Firenze. Sapendo che il percorso autostradale Firenze – Roma è di $280\ km$ e che le due auto viaggiano entrambe a $100\ km/h$, a che ora la prima auto incontra la seconda ?

<u>Soluzione</u>

Trasformiamo innanzitutto il ritardo nella partenza della seconda auto in ore: $\quad ritardo = 10' = \left(\frac{10}{60}\right)^h = \left(\frac{1}{6}\right)^h$

Indichiamo il tempo di percorrenza della prima auto $t_1 = t \quad \Rightarrow$ *il tempo di percorrenza della seconda auto* $t_2 = t - \frac{1}{6}$

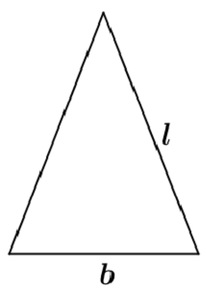
Nel momento in cui le auto si incontrano, hanno percorso complessivamente $280\ km$.

Cioè: $s_1 + s_2 = 280$; $\qquad v_1t_1 + v_2t_2 = 280$; $\qquad 100t + 100\left(t - \frac{1}{6}\right) = 280$; $\qquad 100t + 100t - \frac{100}{6} = 280$;

$100t + 100t - \dfrac{50}{3} = 280$; $\qquad 300t + 300t - 50 = 840$; $\qquad 600\, t = 890$;

$t = \left(\dfrac{890}{600}\right)^h = \left(\dfrac{89}{60}\right)^h = 1^h\ (0{,}48)^h = 1^h\ (0{,}48 \cdot 60)^I = 1^h\ 29^I$.

7. La base di un triangolo isoscele supera di 2 m il lato obliquo e il rapporto tra il perimetro e i $\frac{4}{5}$ del lato obliquo è 4. Determina il perimetro del triangolo.



<u>Soluzione</u>

Indichiamo il lato obliquo del triangolo isoscele $l = x \quad \Rightarrow \quad$ *la base* $b = x + 2$

$\dfrac{p}{\frac{4}{5}l} = 4$; $\qquad \dfrac{x + x + x + 2}{x} \cdot \dfrac{5}{4} = 4$; $\qquad C.E.: \ x \neq 0$

$\dfrac{5 \cdot (3x+2)}{4x} = 4$; $\qquad 15x + 10 = 16x$; $\qquad -x = -10$; $\qquad x = 10$.

Pertanto: $l = 10\, m$ mentre $b = 12\, m$.

Il perimetro misura $p = b + 2l = (12 + 2 \cdot 10)\, m = 32\, m$.