Liceo Scientifico "G. Galilei" Trebisacce
Anno Scolastico 2012-2013

Prova di Matematica : Polinomi

Alunno: ______________________________ Classe: 1B

21.12.2012
prof. Mimmo Corrado

1. Completa la seguente tabella.

Polinomio	Grado	Grado rispetto a x	Termine noto	Completo rispetto a x	Omogeneo	Ordinato rispetto a x
$5a^3x^3 - 2a^2x^4 + x - 3$				SI NO	SI NO	SI NO

2. Determina il valore di verità delle seguenti proposizioni:
   Il polinomio $2x^3 + 3x - 2x^2 - 5$ è completo e ordinato V F
   Il polinomio $3x^2 + 4x - 4$ è divisibile per $x + 2$ V F

3. Traduci in una espressione letterale la seguente frase e calcola il suo valore per $a = -\frac{3}{4}$ e $b = -\frac{3}{2}$.
   Dividi la somma del doppio di a col triplo di b per la differenza tra a e il triplo di b e moltiplica il quoziente ottenuto per la somma del doppio di a con il triplo di b.

4. Calcola i seguenti prodotti notevoli:
   $(ax^3 - 5y^2) \cdot (ax^3 + 5y^2)$ $(2ax^3 - 5y^2)^2$ $\left(3y^2 - \frac{1}{4}y + 2y^4\right)^2$
   $(2ax^3 - 5y^2)^3$ $(2a^2 - 3b^3)^4$ $(x^{n+1} + 2xy^{n-1})^3$

5. Completa le seguenti uguaglianze:
   $. . . \cdot (2a^2b - \ . . . \ ) = -4a^3b^3 + 8a^2b^4$ $(x + \ . . . \ ) \cdot . . . = \frac{1}{2}bx^2 + \frac{3}{2}b^2x$
   $(. . . . .) \cdot \left(\frac{1}{2} + 2x\right) = 4x^2 - \frac{1}{4}$ $49x^4 + \cdots - \ldots = (\ldots - 3xz^2)^2$
   $x^3 - 3x^2 + \ . . . \ - \ . . . \ = (x \ \ . . . \ )^3$ $9a^4 + 4b^8 + \ldots - \ldots - \ldots + \ldots = (\ldots - 3c + \ldots)^2$

6. Semplifica le seguenti espressioni:
   $(x^3 + x - x^2 - 1) \cdot (x + 1) - (x^2 + 1)(x^2 - 1)$
   $(-y^5 + 3y^2 + 5y)^2 - (y^5 - 3y^2)^2 - (-5y)^2 \cdot \left(1 - \frac{2}{5}y^4\right)$
   $\left(y - \frac{1}{2}x\right)^3 - \left(-\frac{1}{2}x - y\right)^3 - 6 \cdot \left[y \cdot \left(\frac{1}{2}x - y\right)^2 + x \cdot (-y)^2\right]$
   $[(a^n - 1) \cdot (a^n + 1)]^2 - (a^{2n} + 2)^2 + 3 \cdot (2a^{2n} + 1)$

7. Determina quoziente e resto della divisione: $(16x^5 - 8x^3 + 2x - 1) : (x^3 - 1)$ ed esegui la verifica del risultato.

8. Utilizzando la regola di Ruffini effettua le seguenti divisioni, ed esegui la verifica del risultato.
   $(4x^4 - 6x^3 - 18x^2 - 10) : (2x - 6)$ $(x^4 + 2x^3y - x^2y^2 + 3xy^3 - 2y^4) : (x - y)$

9. Considera l'espressione a lato
   a. calcola M
   b. calcola M^3
   c. determina n in modo che risulti $M = 3$

$$M = 4^{3n-2} : 2^{5n-4} + \frac{8^{n-2} : 4^{2n-3} \cdot 64}{2^{5-3n}}$$

10. Pierino ha speso una somma s per comperare un pacco di biscotti, una somma pari a $\frac{3}{2}s$ per comperare una scatola di gelati e infine ha comperato un cestino di fragole del costo pari al quadruplo della semidifferenza fra il prezzo dei gelati e quello dei biscotti. Esprimi la spesa totale in funzione di s. Hai ottenuto un monomio o un polinomio ?

Valutazione	Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Totale
	Punti	3	2	8	9	6	20	6	10	8	8	80

Punti	0 - 3	4 - 8	9 - 13	14 - 19	20 - 25	26 - 31	32 - 37	38 - 43	44 - 49	50 - 55	56 - 61	62 - 67	68 - 72	73 - 77	78 - 80
Voto	2	3	3 ½	4	4 ½	5	5½	6	6 ½	7	7 ½	8	8 ½	9	10

Soluzione

1. Completa la seguente tabella.

Polinomio	Grado	Grado rispetto a x	Termine noto	Completo rispetto a x	Omogeneo	Ordinato rispetto a x
$5a^3x^3 - 2a^2x^4 + x - 3$	6	4	-3	NO	NO	NO

2. Determina il valore di verità delle seguenti proposizioni:

Il polinomio $2x^3 - 2x^2 + 3x - 5$ è completo e ordinato V

Il polinomio $3x^2 + 4x - 4$ è divisibile per $x + 2$ V

$r = p(-2) = 3(-2)^2 + 4(-2) - 4 = 12 - 8 - 4 = 0$

3. Traduci in una espressione letterale la seguente frase:

Dividi la somma del doppio di a col triplo di b per la differenza tra a e il triplo di b e moltiplica il quoziente ottenuto per la somma del doppio di a con il triplo di b.

Calcola poi il valore di tale espressione per $a = -\frac{3}{4}$ e $b = -\frac{3}{2}$.

Soluzione

$$\frac{2a+3b}{a-3b} \cdot (2a+3b)$$

$$\frac{2\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)+3\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)}{\left(-\frac{3}{4}\right)-3\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)} \cdot \left[2\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)+3\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)\right] = \frac{-\frac{3}{2}-\frac{9}{2}}{\left(-\frac{3}{4}\right)+\frac{9}{2}} \cdot \left[-\frac{3}{2}-\frac{9}{2}\right] = \frac{-\frac{12}{2}}{\frac{-3+18}{4}} \cdot \left(-\frac{12}{2}\right) =$$

$$= \frac{-6}{\frac{15}{4}} \cdot (-6) = -6 \cdot \frac{4}{15} \cdot (-6) = -\frac{24}{15} \cdot (-6) = \frac{48}{5} .$$

4. Calcola i seguenti prodotti notevoli:

$(ax^3 - 5y^2) \cdot (ax^3 + 5y^2) = a^2x^6 - 25y^4$

$(2ax^3 - 5y^2)^2 = 4a^2x^6 + 25y^4 - 20ax^3y^2$

$\left(3y^2 - \frac{1}{4}y + 2y^4\right)^2 = 9y^4 + \frac{1}{16}y^2 + 4y^8 - \frac{3}{2}y^3 + 12y^6 - y^5$

$(2ax^3 - 5y^2)^3 = 8a^3x^9 - 125y^6 - 60a^2x^6y^2 + 150ax^3y^4$

$(2a^2 - 3b^3)^4 = 16a^8 - 96a^6b^3 + 216a^4b^6 - 216a^2b^9 + 81b^{12}$

$(x^{n+1} + 2xy^{n-1})^3 = x^{3n+3} + 8x^3y^{3n-3} + 6x^{2n+3}y^{n-1} + 12x^{n+3}y^{2n-2}$

5. Completa le seguenti uguaglianze:

$-2ab^2 \cdot (2a^2b - 4ab^2) = -4a^3b^3 + 8a^2b^4$

$(x + 3b) \cdot \frac{1}{2}bx = \frac{1}{2}bx^2 + \frac{3}{2}b^2x$

$\left(-\frac{1}{2} + 2x\right) \cdot \left(\frac{1}{2} + 2x\right) = 4x^2 - \frac{1}{4}$

$49x^4 + 9x^2z^4 - 42x^3z^2 = (7x^2 - 3xz^2)^2$

$x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = (x - 1)^3$

$9a^4 + 4b^8 + 9c^2 - 18a^2c - 12b^4c + 12a^2b^4 = (3a^2 + 2b^4 - 3c)^2$

6. Semplifica le seguenti espressioni utilizzando, quando è possibile, i prodotti notevoli:

$(x^3 + x - x^2 - 1) \cdot (x + 1) - (x^2 + 1)(x^2 - 1) = x^4 + x^2 - x^3 - x + x^3 + x - x^2 - 1 - x^4 + 1 = 0$.

$(-y^5 + 3y^2 + 5y)^2 - (y^5 - 3y^2)^2 - (-5y)^2 \cdot \left(1 - \frac{2}{5}y^4\right) =$

$= y^{10} + 9y^4 + 25y^2 - 6y^7 - 10y^6 + 30y^3 - y^{10} - 9y^4 + 6y^7 - 25y^2 + 10y^6 = +30y^3$.

$$\left(y-\tfrac{1}{2}x\right)^3-\left(-\tfrac{1}{2}x-y\right)^3-6\cdot\left[y\cdot\left(\tfrac{1}{2}x-y\right)^2+x\cdot(-y)^2\right]\;=$$

$$=\;y^3-\tfrac{1}{8}x^3-\tfrac{3}{2}xy^2+\tfrac{3}{4}x^2y-\left(-\tfrac{1}{8}x^3-y^3-\tfrac{3}{4}x^2y-\tfrac{3}{2}xy^2\right)-6\cdot\left[y\cdot\left(\tfrac{1}{4}x^2+y^2-xy\right)+xy^2\right]\;=$$

$$=\;y^3-\tfrac{1}{8}x^3-\tfrac{3}{2}xy^2+\tfrac{3}{4}x^2y+\tfrac{1}{8}x^3+y^3+\tfrac{3}{4}x^2y+\tfrac{3}{2}xy^2-6\cdot\left[\tfrac{1}{4}x^2y+y^3-xy^2+xy^2\right]\;=$$

$$=\;y^3-\tfrac{1}{8}x^3-\tfrac{3}{2}xy^2+\tfrac{3}{4}x^2y+\tfrac{1}{8}x^3+y^3+\tfrac{3}{4}x^2y+\tfrac{3}{2}xy^2-6\cdot\left[\tfrac{1}{4}x^2y+y^3\right]\;=$$

$$=\;2y^3+\tfrac{3}{2}x^2y-\tfrac{3}{2}x^2-6y^3\;=\;-4y^3\;.$$

$$[(a^n-1)\cdot(a^n+1)]^2-(a^{2n}+2)^2+3\cdot(2a^{2n}+1)\;=$$

$$=\;[a^{2n}-1]^2-a^{4n}-4-4a^{2n}+6a^{2n}+3\;=$$

$$=a^{4n}+1-2a^{2n}-a^{4n}-4-4a^{2n}+6a^{2n}+3\;=\;0\;.$$

7. Determina quoziente e resto della divisione: $(16x^5-8x^3+2x-1):(x^3-1)$ ed esegui la verifica.

Soluzione

$16x^5$	$-8x^3$		$+2x$	-1	x^3-1
$-16x^5$		$16x^2$			$16x^2-8$
$=$	$-8x^3$	$16x^2$			
	$+8x^3$			-8	
	$=$	$16x^2$	$+2x$	-9	

$$Q(x)=16x^2-8\qquad\qquad R(x)=16x^2+2x-9$$

Prova

$$Quoziente\cdot Divisore+Resto\;=\;Dividendo$$

$$(16x^2-8)\cdot(x^3-1)+16x^2+2x-9\;=\;16x^5-16x^2-8x^3+8+16x^2+2x-9\;=\;16x^5-8x^3+2x-1\;.$$

8. Utilizzando la regola di Ruffini effettua le seguenti divisioni, ed esegui la verifica del risultato.

$(4x^4-6x^3-18x^2-10):(2x-6)$ $\qquad\qquad$ $(x^4+2x^3y-x^2y^2+3xy^3-2y^4):(x-y)$

Soluzione 1

$(4x^4-6x^3-18x^2-10):(2x-6)$ Dividendo tutti i termini per 2 si ha:

$(2x^4-3x^3-9x^2-5):(x-3)$ Applicando la regola di Ruffini si ha:

	2	−3	−9	0	−5
3		+6	+9	0	0
	2	+3	0	0	−5

$$Q=2x^3+3x^2\qquad\qquad R=-5\cdot2=-10$$

Prova

$$Quoziente\cdot Divisore+Resto\;=\;Dividendo$$

$$(2x^3+3x^2)\cdot(2x-6)-10\;=\;4x^4-12x^3+6x^3-18x^2-10\;=\;4x^4-6x^3-18x^2-10\;.$$

Soluzione 2

Ordiniamo il dividendo e il divisore secondo la lettera x *(considerando la y come una costante):*

$(x^4 + 2yx^3 - y^2x^2 + 3y^3x - 2y^4) : (x - y)$ Applicando la regola di Ruffini si ha:

$$\begin{array}{c|cccc|c} & 1 & 2y & -y^2 & 3y^3 & -2y^4 \\ y & & y & 3y^2 & 2y^3 & 5y^4 \\ \hline & 1 & 3y & 2y^2 & 5y^3 & 3y^4 \end{array}$$

$$Q(x) = x^3 + 3yx^2 + 2y^2x + 5y^3 \qquad R = 3y^4$$

Prova

$Quoziente \cdot Divisore + Resto = Dividendo$

$(x^3 + 3yx^2 + 2y^2x + 5y^3) \cdot (x - y) + 3y^4 = x^4 + 3x^3y + 2x^2y^2 + 5xy^3 - x^3y - 3x^2y^2 - 2xy^3 - 5y^4 + 3y^4 =$

$= x^4 + 2x^3y - x^2y^2 + 3xy^3 - 2y^4$.

9. Pierino ha speso una somma s per comperare un pacco di biscotti, una somma pari a $\frac{3}{2}s$ per comperare una scatola di gelati e infine ha comperato un cestino di fragole del costo pari al quadruplo della semidifferenza fra il prezzo dei gelati e quello dei biscotti. Esprimi la spesa totale in funzione di s. Hai ottenuto un monomio o un polinomio ?

Soluzione

$$s + \frac{3}{2}s + 4\left(\frac{\frac{3}{2}s - s}{2}\right) = s + \frac{3}{2}s + 2 \cdot \frac{1}{2}s = \frac{7}{2}s$$

Ho ottenuto un monomio.

10. Considera l'espressione a lato
   a. calcola M
   b. calcola M^3
   c. determina n in modo che risulti $M = 3$

$$M = 4^{3n-2} : 2^{5n-4} + \frac{8^{n-2} : 4^{2n-3} \cdot 64}{2^{5-3n}}$$

$[2^{2n+1} + 2^n]$

$[2^{6n+3} + 3 \cdot 2^{5n+2} + 3 \cdot 2^{4n+1} + 2^{3n}]$

$[n = 0]$