

Alunno: _____ Classe: 1B

23.11.2012
prof. Mimmo Corrado

1. Dati gli insiemi:

$A = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola "nonno"}\}$

$B = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola "nono"}\}$

$C = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola "nonna"}\}$

$D = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola "canoa"}\}$

$E = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola "tassa"}\}$

- rappresentali per elencazione
- indica le relazioni esistenti fra essi
- traccia il grafico del diagramma di Eulero-Venn
- determina: $A \cup E$ $E \Delta C$ $\bar{C} \cap E$

$$[D - [(A \cup B) \cup C]] \cap (E - C)$$

Uguali	Diversi	Disgiunti	Sottoinsieme	Equipotenti

2. Un'inchiesta condotta in un liceo ha fornito questi dati: il 30% degli alunni ama la matematica; il 60% ama la filosofia; il 20% ama sia la filosofia sia la matematica. Calcola la percentuale di alunni che non ama né la matematica né la filosofia.

3. Nel periodo delle elezioni dei rappresentanti di classe, in una classe di 31 alunni si sono candidati 3 studenti: Antonio, Barbara e Carmela. Ogni alunno della classe può votare anche più di un candidato. Allo spoglio dei voti risulta che: 2 schede sono bianche; non ci sono schede nulle; 2 schede indicano tutti e tre i nomi; 8 schede indicano solo Antonio; 5 schede indicano solo Carmela; 2 schede indicano solo Antonio e Carmela; 3 schede indicano solo Carmela e Barbara; 2 schede indicano solo Antonio e Barbara. Quanti hanno votato solo Barbara? E chi saranno i due rappresentanti di classe eletti?

4. Determina la negazione delle seguenti proposizioni:

p: "Nicola gioca a carte e fuma"

r: "Talvolta la sera non ceno"

q: "se non vado al cinema, vado a mangiare una pizza"

s: "Tutti i giocatori della Juventus hanno meno di 30 anni"

5. Formalizza la proposizione: "Se non è vero che Roma è in Italia e che Vienna non è in Svizzera allora non è vero che $2 > 3$ " e determina il suo valore di verità.

6. Dati gli enunciati aperti $a(x)$: "x è un divisore di 18" e $b(x)$: " $2x + 1 < 13$ " definiti nel Dominio $U = \{x \in N \mid x < 20\}$ determina l'insieme di verità di $a(x) \vee b(x)$ e il valore di verità della proposizione: $a(2) \mapsto \bar{b}(4)$

7. Dimostra, sia mediante la costruzione della tavola di verità sia applicando le proprietà dei connettivi la seguente equivalenza logica: $\overline{(q \vee r)} \wedge \bar{p} = (\bar{q} \vee p) \wedge (\bar{r} \vee p)$. Costruisci in seguito il circuito elettrico corrispondente.

8. Verifica la validità del seguente sillogismo, utilizzando un diagramma di Eulero-Venn.

"nessun gatto è acquatico"

"ogni gatto è un mammifero"

"qualche mammifero non è acquatico"

9. Stabilisci se il seguente ragionamento è corretto:

Gioco a carte o ascolto la musica

Se dormo non ascolto la musica

Se dormo allora gioco a carte

10. In un'indagine per trovare il colpevole di un delitto, ci sono 3 indiziati. L'assassino mente, mentre gli altri due dicono la verità. Il primo indiziato afferma: "L'assassino è il secondo indiziato". Il secondo indiziato afferma: "Non sono colpevole". Il terzo indiziato afferma: "Il primo indiziato mente". Chi è l'assassino?

Valutazione	Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Totale
	Punti		12	6	12	4	4	4	12	6	10	10

Punti	0 - 3	4 - 8	9 - 13	14 - 19	20 - 25	26 - 31	32 - 37	38 - 43	44 - 49	50 - 55	56 - 61	62 - 67	68 - 72	73 - 77	78 - 80
Voto	2	3	3 ½	4	4 ½	5	5 ½	6	6 ½	7	7 ½	8	8 ½	9	10

Soluzione

1. Dati gli insiemi:

$A = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola } \textit{nonno}\}$

$B = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola } \textit{"nono"}\}$

$C = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola } \textit{"nonna"}\}$

$D = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola } \textit{"canoa"}\}$

$E = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola } \textit{"tassa"}\}$

- a. rappresentali per elencazione
- b. indica le relazioni esistenti fra essi
- c. traccia il grafico del diagramma di Eulero-Venn
- d. determina: $A \cup E$ $E \Delta C$ $\bar{C} \cap E$

$$[D - [(A \cup B) \cup C]] \cap (E - C)$$

Uguali	Diversi	Disgiunti	Sottoinsieme	Equipotenti
$A = B$	$A \neq C$ $A \neq D$ $A \neq E$ $B \neq C$ $B \neq D$ $B \neq E$ $C \neq D$ $C \neq E$ $D \neq E$	$A \cap E = \emptyset$ $B \cap E = \emptyset$	$A \subset C$ $A \subset D$ $B \subset C$ $B \subset D$ $C \subset D$	$ A = B $ $ C = E $

Soluzione

Rappresentiamo i tre insiemi per elencazione:

$A = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola } \textit{nonno}\} = \{n, o\}$

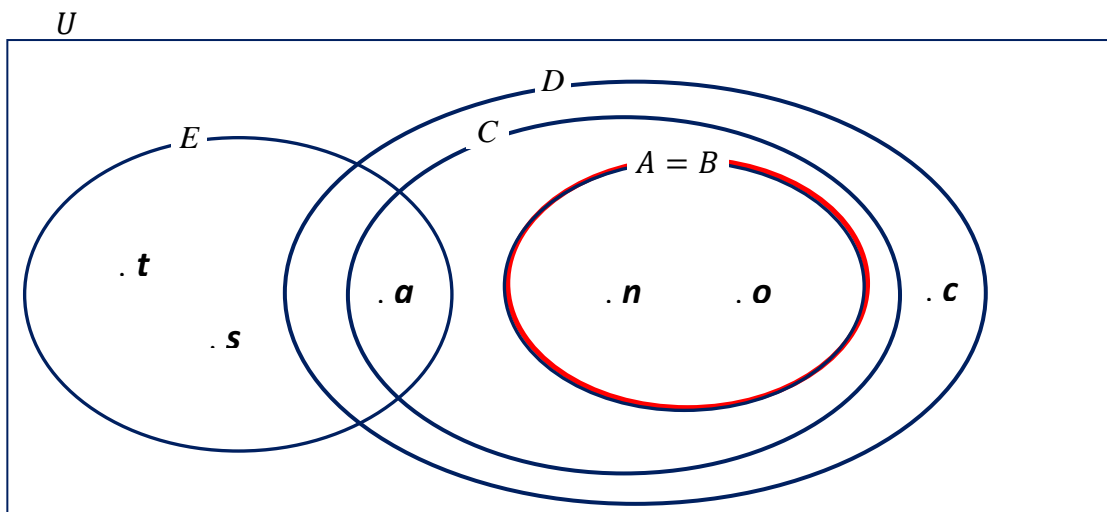
$B = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola } \textit{"nono"}\} = \{n, o\}$

$C = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola } \textit{"nonna"}\} = \{n, o, a\}$

$D = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola } \textit{"canoa"}\} = \{c, a, n, o\}$

$E = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola } \textit{"tassa"}\} = \{t, a, s\}$

Rappresentiamo gli insiemi in un unico diagramma di Eulero-Venn



$$A \cup E = \{n, o, t, a, s\}$$

$$E \Delta C = \{t, s, n, o\}$$

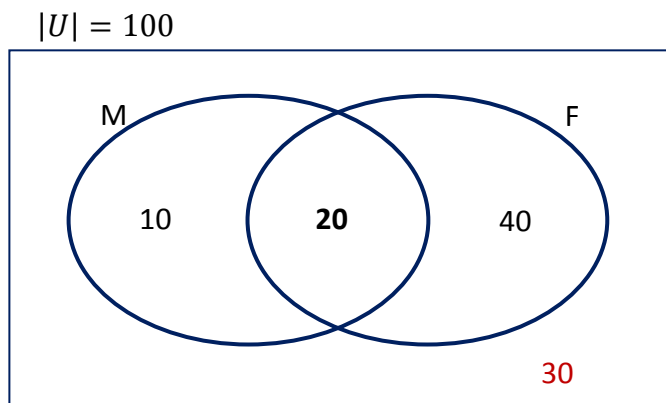
$$\bar{C} \cap E = \{t, s\}$$

$$[D - [(A \cup B) \cup C]] \cap (E - C) = [D - C] \cap \{t, s\} = \{c\} \cap \{t, s\} = \emptyset.$$

2. Un'inchiesta condotta in un liceo ha fornito questi dati: il 30% degli alunni ama la matematica; il 60% ama la filosofia; il 20% ama sia la filosofia sia la matematica. Calcola la percentuale di alunni che non ama né la matematica né la filosofia.

Soluzione

$$\text{Dati} \begin{cases} |U| = 100\% \\ |M| = 30\% \\ |F| = 60\% \\ |F \cap M| = 20\% \end{cases}$$



$$|M - F| = |M| - |M \cap F| = 30\% - 20\% = 10\%$$

Il 10% degli alunni ama solo la matematica

$$|F - M| = |F| - |M \cap F| = 60\% - 20\% = 40\%$$

Il 40% degli 40 alunni ama solo la filosofia

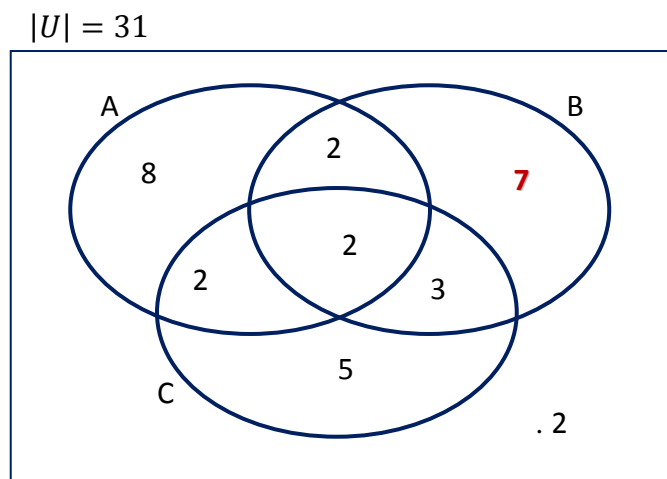
$$|\overline{M \cup F}| = |U| - |M \cup F| = 100\% - 70\% = 30\%$$

Il 30% degli studenti non ama né la matematica né la filosofia.

3. Nel periodo delle elezioni dei rappresentanti di classe, in una classe di 31 alunni si sono candidati 3 studenti: Antonio, Barbara e Carmela. Ogni alunno della classe può votare anche più di un candidato. Allo spoglio dei voti risulta che: 2 schede sono bianche; non ci sono schede nulle; 2 schede indicano tutti e tre i nomi; 8 schede indicano solo Antonio; 5 schede indicano solo Carmela; 2 schede indicano solo Antonio e Carmela; 3 schede indicano solo Carmela e Barbara; 2 schede indicano solo Antonio e Barbara. Quanti hanno votato solo Barbara? E chi saranno i due rappresentanti di classe eletti?

Soluzione

$$\text{Dati} \begin{cases} |U| = 31 \\ |\overline{A \cup B \cup C}| = 2 \\ |A \cap B \cap C| = 2 \\ |A - (B \cup C)| = 8 \\ |C - (A \cup B)| = 5 \\ |(A \cap C) - B| = 2 \\ |(C \cap B) - A| = 3 \\ |(A \cap B) - C| = 2 \end{cases}$$



$$|A| = 8 + 2 + 2 + 2 = 14$$

Antonio A ha ottenuto 14 voti.

$$|C| = 2 + 2 + 3 + 5 = 12$$

Carmela ha ottenuto 12 voti.

$$|B - (A \cup C)| = |U| - |A \cup C| - |\overline{A \cup B \cup C}| = 31 - 22 - 2 = 7$$

7 persone hanno votato solo Barbara.

$$|B| = 2 + 2 + 3 + 7 = 14$$

Barbara ha ottenuto 14 voti.

Pertanto i due rappresentanti di classe eletti sono stati Antonio e Barbara.

4. Determina la negazione delle seguenti proposizioni:

p: "Nicola gioca a carte e fuma"

r: "Talvolta la sera non ceno"

\bar{p} : "Nicola non gioca a carte o non fuma"

\bar{r} : "Ceno tutte le sere"

q: "se non vado al cinema, vado a mangiare una pizza"

s: "Tutti i giocatori della Juventus hanno meno di 30 anni"

\bar{q} : "non vado al cinema e non vado a mangiare una pizza"

s: "Almeno un giocatore della Juventus ha 30 anni o più"

5. Formalizza la proposizione: "Se non è vero che Roma è in Italia e che Vienna non è in Svizzera allora non è vero che $2 > 3$ " e determina il suo valore di verità.

Soluzione

Ponendo p: "Roma è in Italia"

q: "Vienna è in Svizzera"

r: " $2 > 3$ "

Si ottiene la seguente formalizzazione: $\overline{p \wedge \bar{q}} \rightarrow \bar{r}$

p	q	r	\bar{q}	\bar{r}	$p \wedge \bar{q}$	$\overline{p \wedge \bar{q}}$	$\overline{p \wedge \bar{q}} \rightarrow \bar{r}$
V	F	F	V	V	V	F	V

6. Dati gli enunciati aperti $a(x)$: "x è un divisore di 18" e $b(x)$: " $2x + 1 < 13$ " definiti nel Dominio $U = \{x \in N \mid x < 20\}$ determina l'insieme di verità di $a(x) \vee b(x)$ e il valore di verità della proposizione: $a(2) \mapsto \bar{b(4)}$

Soluzione

L'insieme di verità dell'enunciato aperto $a(x) \vee b(x)$ è l'insieme: $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 18\}$

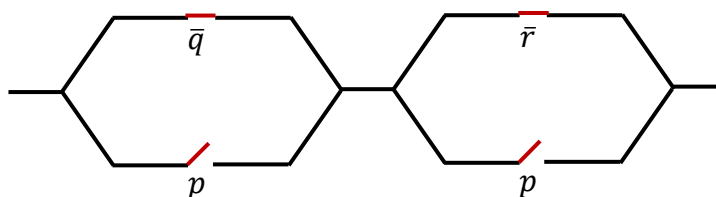
$a(2)$ è una proposizione vera; $\bar{b(4)}$ è una proposizione falsa; $\Rightarrow a(2) \mapsto \bar{b(4)}$ è una proposizione falsa.

7. Dimostra, sia mediante la costruzione della tavola di verità, sia applicando le proprietà dei connettivi la seguente equivalenza logica: $\overline{(q \vee r)} \wedge \bar{p} = (\bar{q} \vee p) \wedge (\bar{r} \vee p)$. Costruisci in seguito il circuito elettrico corrispondente.

Soluzione

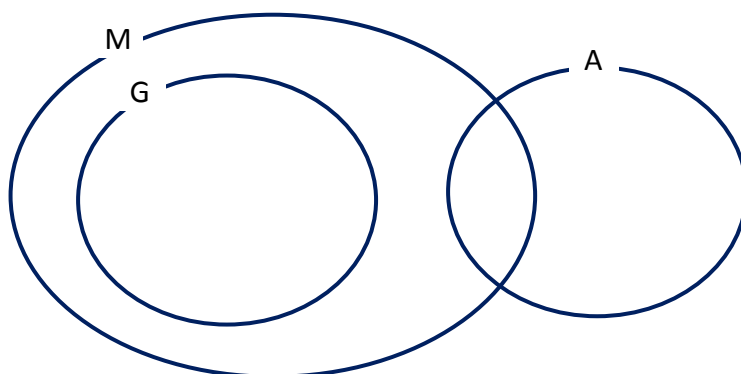
$$\overline{(q \vee r)} \wedge \bar{p} = (\overline{q \vee r}) \wedge \bar{p} = (\bar{q} \wedge \bar{r}) \wedge \bar{p} = (\bar{q} \vee p) \wedge (\bar{r} \vee p)$$

p	q	r	\bar{p}	\bar{q}	\bar{r}	$q \vee r$	$(q \vee r) \wedge \bar{p}$	$\overline{(q \vee r)} \wedge \bar{p}$	$\bar{q} \vee p$	$\bar{r} \vee p$	$(\bar{q} \vee p) \wedge (\bar{r} \vee p)$
V	V	V	F	F	F	V	F	V	V	V	V
V	V	F	F	F	V	V	F	V	V	V	V
V	F	V	F	V	F	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	F	F	V	V	V	V
F	V	V	V	F	F	V	V	F	F	F	F
F	V	F	V	F	V	V	V	F	F	V	F
F	F	V	V	V	F	V	V	F	V	F	F
F	F	F	V	V	V	F	F	V	V	V	V



8. Verifica la validità del seguente sillogismo, utilizzando un diagramma di Eulero-Venn.

“nessun gatto è acquatico”
“ogni gatto è un mammifero”
 “qualche mammifero non è acquatico”



Gli elementi di G sono anche di M, ma non sono di A. Mentre ci sono elementi di M che non sono di A. Il ragionamento è valido.

9. Stabilisci se il seguente ragionamento è corretto:

Gioco a carte o ascolto la musica
Se dormo non ascolto la musica
 Se dormo allora gioco a carte

Le proposizioni elementari sono: a: "gioco a carte" b: "ascolto la musica" c: "dormo"

Il relativo schema di deduzione è:

$$\frac{a \vee b \quad c \rightarrow \bar{b}}{c \rightarrow a}$$

In simboli: $[(a \vee b) \wedge (c \rightarrow \bar{b})] \Rightarrow (c \rightarrow a)$

Dall'esame della tavola di verità, si osserva che:

nei quattro casi in cui la premessa

$[(a \vee b) \wedge (c \rightarrow \bar{b})]$ è vera,

anche la conseguenza logica $(c \rightarrow a)$ è vera

Pertanto il ragionamento, anche se strano, è corretto.

a	b	c	\bar{b}	$a \vee b$	$c \rightarrow \bar{b}$	$(a \vee b) \wedge (c \rightarrow \bar{b})$	$c \rightarrow a$
V	V	V	F	V	F	F	V
V	V	F	F	V	V	V	V
V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	V	V	V
F	V	V	F	V	F	F	F
F	V	F	F	V	V	V	V
F	F	V	V	F	V	F	F
F	F	F	V	F	V	F	V

10. In un'indagine per trovare il colpevole di un delitto, ci sono 3 indiziati. L'assassino mente, mentre gli altri due dicono la verità. Il primo indiziato afferma: "L'assassino è il secondo indiziato". Il secondo indiziato afferma: "Non sono colpevole". Il terzo indiziato afferma: "Il primo indiziato mente". Chi è l'assassino ?

Soluzione

Se fosse il secondo indiziato a mentire, gli altri due dovrebbero dire la verità; ma ciò è in contraddizione con l'affermazione del terzo indiziato che dice che chi mente è il primo.

Se fosse il terzo indiziato a mentire, gli altri due dovrebbero dire la verità; ma le affermazioni degli altri due sono in contraddizione (1°.I.: "L'assassino è il secondo indiziato" e 2°.I.: "Non sono colpevole").

Se fosse il primo indiziato a mentire, allora "l'assassino non è il secondo indiziato", in accordo con quanto afferma il secondo indiziato che afferma di non essere il colpevole, e in accordo con il terzo indiziato che afferma che "Il primo indiziato mente".

Si conclude pertanto che l'assassino è il primo indiziato.