Liceo Classico Alessio di Turi Trebisacce

Anno Scolastico 2011-2012

Prova di Matematica : **Radicali**

29.02.2012

prof. Mimmo Corrado

Alunno: ____ Classe: 5 B

1. Scrivi i primi 5 termini delle classi contigue di numeri che hanno come elemento di separazione il numero $7\sqrt{2}$.

2. Usando soltanto la riga e il compasso, rappresenta sulla retta reale il numero irrazionale $\sqrt{29}$.

3. Dimostra che $\sqrt{11}$ è un numero irrazionale.

4. Semplifica le seguenti espressioni, supponendo verificate le condizioni di esistenza:

$$\left(3+\sqrt{2}\right)^2+\left(1-\sqrt{2}\right)\cdot\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}+3\right)\cdot\left(\sqrt{2}-3\right)$$

$$\frac{\sqrt[4]{4a^2}\cdot\sqrt[6]{2ab^2}}{\sqrt[3]{8a^2b}}$$

$$5\sqrt{50}-4\sqrt{18}+3\sqrt{12}-\sqrt{300}+\frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}+2}+\left(4\sqrt{3}-3\sqrt{2}\right)^2-\frac{3}{\sqrt{3}}\cdot\left(2\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)$$

5. Risolvi la seguente equazione:

$$\frac{x-1}{3\sqrt{2}}+\frac{x+3}{6\sqrt{2}}=\frac{x}{2}$$

6. Risolvi il seguente sistema:

$$\begin{cases}\sqrt{3}x=1-y\\ x+\sqrt{3}y=-\sqrt{3}\end{cases}$$

Valutazione	Esercizio	1	2	3	4	5	6	Totale
	Punti	8	8	12	32	10	10	80

Punti	*0 - 3*	*4 - 8*	*9 - 13*	*14 - 19*	*20 - 25*	*26 - 31*	*32 - 37*	*38 - 43*	*44 - 49*	*50 - 55*	*56 - 61*	*62 - 67*	*68 - 72*	*73 - 76*	*77 - 80*
Voto	*2*	*3*	*3 ½*	*4*	*4 ½*	*5*	*5½*	*6*	*6 ½*	*7*	*7 ½*	*8*	*8 ½*	*9*	*10*

Soluzione

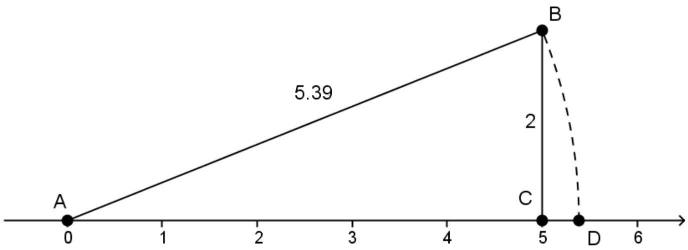
1. Scrivi i primi 5 termini delle classi contigue di numeri che hanno come elemento di separazione il numero $7\sqrt{2}$.

   $7\sqrt{2} \approx 9{,}8994949366116653341611$ ....

   $D = \{9\,;\ 9{,}8\,;\ 9{,}89\,;\ 9{,}899\,;\ 9{,}8994\}$

   $E = \{10\,;\ 9{,}9\,;\ 9{,}90\,;\ 9{,}900\,;\ 9{,}8995\}$

2. Usando soltanto la riga e il compasso, rappresenta sulla retta reale il numero irrazionale $\sqrt{29}$.



3. Dimostra che $\sqrt{11}$ è un numero irrazionale.

   Dimostrazione

   Supponiamo per assurdo che $\sqrt{11}$ *sia un numero razionale,*

   cioè supponiamo che si possa scrivere: $\sqrt{11} = \dfrac{a}{b}$ *con a e b primi tra loro .*

   $\dfrac{a}{b} = \sqrt{11} \quad \Rightarrow \quad \left(\dfrac{a}{b}\right)^2 = 11 \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{a^2}{b^2} = 11 \quad \Leftrightarrow \quad a^2 = 11 \cdot b^2 \ \ (*) \quad \Rightarrow \quad a^2$ *è multiplo di* 11

   Ma se a^2 *è multiplo di* $11 \quad \Rightarrow \quad a$ *è multiplo di* 11 .

   Ma se a *è multiplo di* 11 *si puo scrivere* $a = 11 \cdot k$.

   Sostituendo tale espressione nell'equazione $(*)$ *si ottiene:*

   $a^2 = 11 \cdot b^2\,; \quad (11k)^2 = 11 \cdot b^2\,; \quad 121k^2 = 11 \cdot b^2\,; \quad 11k^2 = b^2$

   $11k^2 = b^2 \quad \Leftrightarrow \quad b^2$ *è multiplo di* 11 .

   Ma se b^2 *è multiplo di* $11 \quad \Rightarrow \quad b$ *è multiplo di* 11 *e si può scrivere* $b = 11h$.

   Pertanto si ottiene: $\dfrac{a}{b} = \dfrac{11k}{11h}$ *ma ciò è un assurdo, avendo per ipotesi supposto a e b primi tra loro.*

   Invece in questa uguaglianza a e b sono entrambi divisibili per 11*, e quindi non primi tra loro.*

4. Semplifica le seguenti espressioni, supponendo verificate le condizioni di esistenza:

$\left(3+\sqrt{2}\right)^2+\left(1-\sqrt{2}\right)\cdot\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}+3\right)\cdot\left(\sqrt{2}-3\right)$

$=9+2+6\sqrt{2}+\sqrt{2}-2+2-9=$

$=2+7\sqrt{2}\,.$

$$\frac{\sqrt[4]{4a^2}\cdot\sqrt[6]{2ab^2}}{\sqrt[3]{8a^2b}} = \frac{\sqrt[4]{2^2a^2}\cdot\sqrt[6]{2ab^2}}{\sqrt[3]{2^3a^2b}} = \frac{\sqrt[12]{2^6a^6}\cdot\sqrt[12]{2^2a^2b^4}}{\sqrt[12]{2^{12}a^8b^4}} = \sqrt[12]{\frac{2^6a^6\cdot 2^2a^2b^4}{2^{12}a^8b^4}} = \sqrt[12]{\frac{1}{2^4}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt[12]{2^4}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}\cdot\frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{1}{2}\sqrt[3]{4}\ .$$

$5\sqrt{50}-4\sqrt{18}+3\sqrt{12}-\sqrt{300}+\dfrac{2}{\sqrt{2}}$

$=\ 5\cdot 5\sqrt{2}-4\cdot 3\sqrt{2}+3\cdot 2\sqrt{3}-10\sqrt{3}+\dfrac{2}{\sqrt{2}}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=$

$=\ 25\sqrt{2}-12\sqrt{2}+6\sqrt{3}-10\sqrt{3}+\dfrac{2\sqrt{2}}{2}=$

$=\ 25\sqrt{2}-12\sqrt{2}+6\sqrt{3}-10\sqrt{3}+\sqrt{2}=$

$=\ 14\sqrt{2}-4\sqrt{3}\ \ .$

$\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}+2}+\left(4\sqrt{3}-3\sqrt{2}\right)^2-\dfrac{3}{\sqrt{3}}\cdot\left(2\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)$

$=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}+2}\cdot\dfrac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}-2}+48+18-24\sqrt{6}-6+\dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\ =$

$=\dfrac{\sqrt{18}-2\sqrt{6}+3-2\sqrt{3}}{3-4}+48+18-24\sqrt{6}-6+\dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\ =$

$=\dfrac{3\sqrt{2}-2\sqrt{6}+3-2\sqrt{3}}{-1}+48+18-24\sqrt{6}-6+\dfrac{3\sqrt{6}}{3}\ =$

$=-3\sqrt{2}+2\sqrt{6}-3+2\sqrt{3}+48+18-24\sqrt{6}-6+\sqrt{6}\ =$

$=57-3\sqrt{2}-21\sqrt{6}+2\sqrt{3}\ =$

5. Risolvi la seguente equazione:

$$\frac{x-1}{3\sqrt{2}}+\frac{x+3}{6\sqrt{2}}=\frac{x}{2}\ ;$$

$$6\sqrt{2}\cdot\frac{x-1}{3\sqrt{2}}+6\sqrt{2}\cdot\frac{x+3}{6\sqrt{2}}=6\sqrt{2}\cdot\frac{x}{2}\ ;$$

$$2\cdot(x-1)+x+3=3\sqrt{2}x\ ;$$

$$2x-2+x+3=3\sqrt{2}x\ ;$$

$$2x+x-3\sqrt{2}x=2-3\ ;$$

$$3x-3\sqrt{2}x=-1\ ;$$

$$\left(3-3\sqrt{2}\right)x=-1\ ;$$

$$x=\frac{-1}{3-3\sqrt{2}}\ ;$$

$$x=\frac{-1}{3-3\sqrt{2}}\cdot\frac{3+3\sqrt{2}}{3+3\sqrt{2}}=-\frac{3+3\sqrt{2}}{9-18}=-\frac{3\left(1+\sqrt{2}\right)}{-9}=\frac{1+\sqrt{2}}{3}$$

6. Risolvi il seguente sistema:

$$\begin{cases}\sqrt{3}x=1-y\\ x+\sqrt{3}y=-\sqrt{3}\end{cases}\qquad\begin{cases}y=1-\sqrt{3}x\\ x+\sqrt{3}\cdot\left(1-\sqrt{3}x\right)=-\sqrt{3}\end{cases}\qquad\begin{cases}\dots\\ x+\sqrt{3}-3x=-\sqrt{3}\end{cases}$$

$$\begin{cases}\dots\\ x-3x=-\sqrt{3}-\sqrt{3}\end{cases}\qquad\begin{cases}\dots\\ -2x=-2\sqrt{3}\end{cases}\qquad\begin{cases}\dots\\ x=\sqrt{3}\end{cases}$$

$$\begin{cases}y=1-\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}\\ x=\sqrt{3}\end{cases}\qquad\begin{cases}y=1-3\\ x=\sqrt{3}\end{cases}\qquad\begin{cases}x=\sqrt{3}\\ y=-2\end{cases}$$