Liceo Classico Alessio di Turi Trebisacce
Anno Scolastico 2011-2012

MATEMATICA: Equazioni e problemi di I grado

29 ottobre 2011
prof. Mimmo Corrado

Alunno: ____ Classe: 5 B

1. Indica con una croce il tipo di espressione:

Espressione	Dominio	Identità	Eq. determinata	Eq. indeterminata	Eq. impossibile
$2x + 7 = 2x + 3$	R				
$5x - 1 = 4 - 5$	R				
$x + y = 10$	R				
$3(2x + 1) = 3 + 6x$	R				
$3\|x\| = 3x$	R				

2. Risolvi le seguenti equazioni numeriche:

$$(x+2)^2 - (x-1)^2 = 2x + 3(x-1)$$

$$\frac{x-2}{4} + \frac{2x-1}{3} + 1 = x + \frac{2}{3}$$

$$\frac{x-1}{x^2+3x} + \frac{9}{2x+6} + \frac{2}{x} = 0$$

3. Risolvi le seguenti equazioni letterali:

$$a \cdot (5 - 4x) = 4 + a^2 \cdot (1 - x)$$

$$\frac{x}{a} + \frac{2x}{2-a} = \frac{a - x + 2}{2a - a^2}$$

4. Nel triangolo ABC la bisettrice dell'angolo $\hat{A}$ interseca il lato BC nel punto D. Traccia dal punto D la semiretta che interseca il lato AB nel punto E, in modo tale da formare l'angolo $E\widehat{D}A$ congruente all'angolo $A\widehat{D}C$. Dimostra che i segmenti CD e DE sono congruenti.

Valutazione	Esercizio	1	2	3	4	Totale
	Punti	6	8 + 10 + 13	14 + 14	15	80

Punti	0 - 5	6 - 10	11 - 15	16 - 20	21 - 25	26 - 30	31 - 35	36 - 40	41 - 45	46 - 50	51 - 55	56 - 60	61 - 65	66 - 70	71 - 75	76 - 80
Voto	2	2½	3	3 ½	4	4 ½	5	5½	6	6 ½	7	7 ½	8	8 ½	9	10

Soluzione

1. Indica con una croce il tipo di espressione:

Espressione	Dominio	Identità	Eq. determinata	Eq. indeterminata	Eq. impossibile
$2x+7=2x+3$	R				X
$5x-1=4-5$	R		X		
$x+y=10$	R			X	
$3(2x+1)=3+6x$	R	X		X	
$3\|x\|=3x$	R			X	

$2x+7=2x+3$; il doppio di un numero aumentato di 7 non può essere uguale al doppio dello stesso numero aumentato di 3. Pertanto l'equazione è impossibile.

$5x-1=4-5$; $5x=0$; $x=0$. Equazione determinata.

$3(2x+1)=3+6x$; $6x+3=3+6x$; $0x=0$.
Pertanto è un'equazione indeterminata perché ha infinite soluzioni, ma è anche un'identità perché qualsiasi valore attribuito all'incognita x verifica l'uguaglianza.

Un'***identità*** è un'uguaglianza verificata per qualunque valore attribuito alle lettere contenute nell'espressione.
Un'equazione si dice ***indeterminata*** quando ha infinite soluzioni.
$3|x|=3x$ è un'equazione indeterminata perché ha infinite soluzioni; ma non è un'identità perché non tutti i numeri reali la verificano. Infatti i numeri reali negativi non la verificano.
Ad esempio, per $x=-5$ si ha: $3\cdot|-5|=3\cdot(-5)$; $15=-15$.

Identico ragionamento per l'espressione $x+y=10$.
L'equazione ha infinite soluzioni: $(x=1; y=9)$ $(x=2; y=8)$ $(x=-1; y=11)$ $(x=0; y=10)$ ...
Ma l'equazione non è verificata per qualsiasi valore attribuiti alle incognite x e y . Infatti : $(x=4; y=3)$ non verifica l'uguaglianza.

2. Risolvi le seguenti equazioni numeriche:

$(x+2)^2-(x-1)^2=2x+3(x-1)$

$x^2+4+4x-x^2-1+2x=2x+3x-3$;

$4x-3x=-3-4+1$;

$x=-6$

$$\frac{x-2}{4}+\frac{2x-1}{3}+1=x+\frac{2}{3}\ ;$$

$$12\cdot\frac{x-2}{4}+12\cdot\frac{2x-1}{3}+12\cdot1=12\cdot x+12\cdot\frac{2}{3}\ ;$$

$$3\cdot(x-2)+4\cdot(2x-1)+12=12x+8\ ;$$

$$3x-6+8x-4+12=12x+8\ ;$$

$$3x+8x-12x=8+6+4-12\ ;$$

$$-x=6\ ;$$

$$x=-6$$

$$\frac{x-1}{x^2+3x}+\frac{9}{2x+6}+\frac{2}{x}=0\ ; \qquad C.E.:\ \ x\neq0\ \ \wedge\ \ x\neq-3$$

$$\frac{x-1}{x\cdot(x+3)}+\frac{9}{2\cdot(x+3)}+\frac{2}{x}=0\ ;$$

$$2x\cdot(x+3)\cdot\frac{x-1}{x\cdot(x+3)}+2x\cdot(x+3)\cdot\frac{9}{2\cdot(x+3)}+2x\cdot(x+3)\cdot\frac{2}{x}=0\ ;$$

$$2\cdot\ (x-1)+x\cdot9+2\cdot(x+3)\cdot2=0\ ;$$

$$2x-2+9x+4x+12=0\ ;$$

$$15x=-10\ ;$$

$$x=-\frac{10}{15}=-\frac{2}{3} \qquad Soluzione\ accettabile$$

3. Risolvi le seguenti equazioni letterali:

$a \cdot (5-4x) = 4 + a^2 \cdot (1-x)\,;$

$5a - 4ax = 4 + a^2 - a^2x\;;$

$a^2x - 4ax = a^2 - 5a + 4\;;$

$(a^2 - 4a)x = a^2 - 5a + 4\;;$

$Se\; a^2 - 4a \neq 0\,;$

$cioè\;se\quad a \cdot (a-4) \neq 0\,;\quad a \neq 0 \wedge a \neq 4 \qquad \Rightarrow \qquad x = \dfrac{a^2 - 5a + 4}{a^2 - 4a} = \dfrac{(a-4)\cdot(a-1)}{a\cdot(a-4)} = \dfrac{a-1}{a}$

$Se\;\; a = 0 \qquad \Rightarrow \qquad 0x = 4 \qquad Equazione\;impossibile$

$Se\; a = 4 \qquad \Rightarrow \qquad 0x = 4^2 - 5 \cdot 4 + 4\;;\quad 0x = 0\,;\quad Equazione\;indeterminata$

Riassumendo:

Parametro	**Soluzione**	**Tipo di equazione**
$a \neq 0 \;\;\wedge\;\; a \neq 4$	$x = \dfrac{a-1}{a}$	*Equazione determinata*
$a = 0$	*Nessuna*	*Equazione impossibile*
$a = 4$	*Infinite soluzioni*	*Equazione indeterminata*

$\dfrac{x}{a} + \dfrac{2x}{2-a} = \dfrac{a - x + 2}{2a - a^2}$

$\dfrac{x}{a} + \dfrac{2x}{2-a} = \dfrac{a - x + 2}{a \cdot (2-a)} \qquad\qquad L'equazione\;esiste\;se\quad a \neq 0 \;\;\wedge\;\; a \neq 2$

$2a \cdot (2-a) \cdot \dfrac{x}{a} + 2a \cdot (2-a) \cdot \dfrac{2x}{2-a} = 2a \cdot (2-a) \cdot \dfrac{a-x+2}{a \cdot (2-a)}\;\;;$

$2x \cdot (2-a) + 2a \cdot 2x = 2 \cdot (a - x + 2)\;\;;$

$4x - 2ax + 4ax = 2a - 2x + 4\;\;;$

$6x + 2ax = 2a + 4\;\;;$

$(6 + 2a)x = 2a + 4\;\;;$

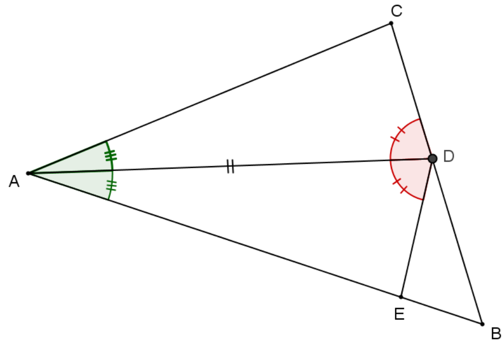
$Se\; 6 + 2a \neq 0\,;\;\; cioè\;se\quad a \neq -3\,; \qquad \Rightarrow \qquad x = \dfrac{2a+4}{6+2a} = \dfrac{2(a+2)}{2\cdot(3+a)} = \dfrac{a+2}{a+3}$

$Se\; a = -3 \qquad \Rightarrow \qquad 0x = 2 \cdot (-3) + 4\;;\quad 0x = -2\,;\quad Equazione\;impossibile$

Riassumendo:

Parametro	**Soluzione**	**Tipo di equazione**
$a \neq 0 \;\;\wedge\;\; a \neq 2 \;\;\wedge\;\; a \neq -3$	$x = \dfrac{a+2}{a+3}$	*Equazione determinata*
$a = -3$	*Nessuna*	*Equazione impossibile*
$a = 0 \;\;\vee\;\; a = 2$	-	*Equazione priva di significato*

4. *Nel triangolo ABC la bisettrice dell'angolo $\hat{A}$ interseca il lato BC nel punto D. Traccia dal punto D la semiretta che interseca il lato AB nel punto E, in modo tale da formare l'angolo $E\widehat{D}A$ congruente all'angolo $A\widehat{D}C$. Dimostra che i segmenti CD e DE sono congruenti.*



$$Hp \begin{cases} AD \text{ bisettrice dell'angolo } \hat{A} \\ E\widehat{D}A \cong A\widehat{D}C \end{cases} \qquad Ts \; \{ CD \cong DE$$

<u>Dimostrazione</u>

Per dimostrare che $CD \cong DE$, basta dimostrare che i triangoli ACD e ADE sono congruenti.

I triangoli ACD e ADE hanno:

- $D\hat{A}C \cong B\hat{A}D$ perchè, per ipotesi, AD è la bisettrice dell'angolo $\hat{A}$
- $A\widehat{D}C \cong E\widehat{D}A$ per ipotesi
- *Il lato AD in comune.*

Quindi, per il I criterio di congruenza, i due triangoli ACD e ADE sono congruenti.

Pertanto i due triangoli hanno il lati CD e DE congruenti.