

MATEMATICA : I Numeri Naturali

Alunno: _____ Classe: 1 C

12.10.2010
prof. Mimmo Corrado

1. Indica quale affermazione è vera e quale è falsa.

- Se il prodotto di due numeri interi è divisibile per 5, ognuno dei due interi è divisibile per 5 Vero Falso
 Ogni numero intero divisibile per quattro è divisibile per due Vero Falso
 Ogni numero intero divisibile per tre è divisibile per nove Vero Falso
 Se la somma di due numeri interi è divisibile per 5, ognuno degli addendi è divisibile per 5 Vero Falso

2. Calcola la somma dei primi 120 numeri naturali.

3. Quale di queste due potenze è la maggiore: 10^{20} e 20^{10} ? Motiva la risposta.

4. Calcola il valore delle seguenti espressioni:

$$\{[(18 - 16 : 4 + 150 : 25) : (15 - 30 : 5 - 20 : 5) + 14 : 7] \cdot 3\} \cdot [(18 - 42 : 7 + 330 : 55) : (17 - 25 : 5 - 33 : 11) - 5 : 5]$$

$$[(7^2 - 4^2) : (7 + 4) - 2]^4 \cdot (3 \cdot 2^2) + [(5^2 - 3^2) : 4^2 + 2]^3 : 3^2$$

$$(8^2)^5 : (4^3)^4 : \{[(2^3)^4 \cdot 4]^2 : [(4^3)^2]^2\}$$

5. Calcola il M.C.D. (420; 630; 385) e il m.c.m. (360; 945; 594)

6. Sapendo che il M. C. D. (a; b) = 8, il m. c. m. (a; b) = 360 e il numero a = 72. Quanto vale il numero b?

7. Compila la tabella sotto riportata.

Numero	Il doppio	Il quadrato	Il triplo	Il cubo	La metà	Il quadruplo	Il successivo	Il precedente
8								
	20							
		144						
			18					
				64				
					7			
						64		
							13	
								19

8. In un circuito automobilistico circolare corrono 3 auto da corsa. La prima impiega 1 minuto e 20 secondi per compiere un giro, la seconda 1 minuto e 15 secondi, la terza 1 minuto e 25 secondi. Se in questo istante passano contemporaneamente per il traguardo, dopo quanto tempo passeranno di nuovo insieme?

9. Un grosso proprietario terriero ha nelle proprie stalle molte mucche. Egli vorrebbe conoscerne il numero esatto ma non ha tempo per contarle. Il custode gli ha però detto che sono meno di 900 e che dividendole in gruppi di 3, 4, 5, 7, e 8 ne avanza sempre 1. Quante sono le mucche?

10. Un fiorista si accorge che una pianta acquatica, coltivata in una vasca, raddoppia la sua superficie in una settimana. Dopo 4 settimane la vasca è interamente ricoperta. Dopo quante settimane la vasca è piena per un quarto? Se inizialmente la pianta occupava una superficie di 2 m^2 , qual è la superficie della vasca?

Valutazione

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Punti	4	5	8	12+10+10	4+4	4	9	10	10	10
Voto	Punteggio grezzo / 10									

Soluzione

1. Indica quale affermazione è vera e quale è falsa.

- Se il prodotto di due numeri interi è divisibile per 5, ognuno dei due interi è divisibile per 5 Falso
Ogni numero intero divisibile per quattro è divisibile per due Vero
Ogni numero intero divisibile per tre è divisibile per nove Falso
Se la somma di due numeri interi è divisibile per 5, ognuno degli addendi è divisibile per 5 Falso

2. Calcola la somma dei primi 120 numeri naturali.

$$S_{120} = \frac{1 + 120}{2} \cdot 120 = 7260$$

3. Quale di queste due potenze è la maggiore: 10^{20} e 20^{10} ? Motiva la risposta.

$$20^{10} = (2 \cdot 10)^{10} = 2^{10} \cdot 10^{10} < 10^{10} \cdot 10^{10} = 10^{20}$$

Pertanto $20^{10} < 10^{20}$.

4. Calcola il valore delle seguenti espressioni:

$$\begin{aligned} & \{[(18 - 16 : 4 + 150 : 25) : (15 - 30 : 5 - 20 : 5) + 14 : 7] \cdot 3\} \cdot [(18 - 42 : 7 + 330 : 55) : (17 - 25 : 5 - 33 : 11) - 5 : 5] = \\ & = \{[(18 - 4 + 6) : (15 - 6 - 4) + 14 : 7] \cdot 3\} \cdot [(18 - 6 + 6) : (17 - 5 - 3) - 5 : 5] = \\ & = \{[20 : 5 + 14 : 7] \cdot 3\} \cdot [18 : 9 - 5 : 5] = \\ & = \{[4 + 2] \cdot 3\} \cdot [2 - 1] = \\ & = \{6 \cdot 3\} \cdot 1 = \\ & = 18 \cdot 1 = \\ & = 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & [(7^2 - 4^2) : (7 + 4) - 2]^4 \cdot (3 \cdot 2^2) + [(5^2 - 3^2) : 4^2 + 2]^3 : 3^2 = \\ & = [(49 - 16) : 11 - 2]^4 \cdot (3 \cdot 4) + [(25 - 9) : 4^2 + 2]^3 : 3^2 = \\ & = [33 : 11 - 2]^4 \cdot 12 + [16 : 4^2 + 2]^3 : 3^2 = \\ & = [3 - 2]^4 \cdot 12 + [16 : 16 + 2]^3 : 3^2 = \\ & = 1^4 \cdot 12 + [1 + 2]^3 : 3^2 = \\ & = 1^4 \cdot 12 + 3^3 : 3^2 = \\ & = 1 \cdot 12 + 3 = \\ & = 12 + 3 = \\ & = 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (8^2)^5 : (4^3)^4 : \{[(2^3)^4 \cdot 4]^2 : [(4^3)^2]^2\} = \\
& = 8^{10} : 4^{12} : \{[2^{12} \cdot 2^2]^2 : 4^{12}\} = \\
& = 8^{10} : 4^{12} : \{[2^{14}]^2 : 4^{12}\} = \\
& = 8^{10} : 4^{12} : \{2^{28} : 4^{12}\} = \\
& = (2^3)^{10} : (2^2)^{12} : \{2^{28} : (2^2)^{12}\} = \\
& = 2^{30} : 2^{24} : \{2^{28} : 2^{24}\} = \\
& = 2^{30} : 2^{24} : 2^4 = \\
& = 2^{30-24-4} = \\
& = 2^2 = \\
& = 4
\end{aligned}$$

5. Calcola il M.C.D. (420; 630; 385)

$$420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

$$630 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$$

$$385 = 5 \cdot 7 \cdot 11$$

$$M.C.D.(420; 630; 385) = 5 \cdot 7 = 35$$

Calcola il m.c.m. (360; 945; 594)

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$945 = 3^3 \cdot 5 \cdot 7$$

$$594 = 2 \cdot 3^3 \cdot 11$$

$$m.c.m.(360; 945; 385) = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$$

6. Sapendo che il M.C.D. (a; b) = 8, il m.c.m. (a; b) = 360 e il numero a = 72. Quanto vale il numero b?

$$b = \frac{M.C.D. \cdot m.c.m.}{a} = \frac{8 \cdot 360}{72} = 40$$

7. Compila la tabella sotto riportata.

Numero	Il doppio	Il quadrato	Il triplo	Il cubo	La metà	Il quadruplo	Il successivo	Il precedente
8	16	64	24	512	4	32	9	7
10	20	100	30	1000	5	40	11	9
12	24	144	36	1728	6	48	13	11
6	12	36	18	216	3	24	7	5
4	8	16	12	64	2	16	5	3
14	28	196	42	2744	7	56	15	13
16	32	256	48	4096	8	64	17	15
12	24	144	36	1728	6	48	13	11

20	40	400	60	8000	10	80	21	19
----	----	-----	----	------	----	----	----	----

8. In un circuito automobilistico circolare corrono 3 auto da corsa. La prima impiega 1 minuto e 20 secondi per compiere un giro, la seconda 1 minuto e 15 secondi, la terza 1 minuto e 25 secondi. Se in questo istante passano contemporaneamente per il traguardo, dopo quanto tempo passeranno di nuovo insieme ?

Soluzione

1 minuto e 20 secondi = 80 secondi

1 minuto e 15 secondi = 75 secondi

1 minuto e 25 secondi = 85 secondi

m. c. m. (80; 75; 85)

$$80 = 2^4 \cdot 5$$

$$75 = 3 \cdot 5^2$$

$$85 = 5 \cdot 17$$

$$\textit{m. c. m.} (80; 75; 85) = 2^4 \cdot 5^2 \cdot 17 = 6800 \textit{ secondi} = 113^I 20^{II} = 1^h 53^I 20^{II} .$$

9. Un grosso proprietario terriero ha nelle proprie stalle molte mucche. Egli vorrebbe conoscerne il numero esatto ma non ha tempo per contarle. Il custode gli ha però detto che sono meno di 900 e che dividendole in gruppi di 3, 4, 5, 7, e 8 ne avanza sempre 1. Quante sono le mucche ?

Soluzione

$$\textit{m. c. m.} (3; 4; 5; 7; 8) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 840$$

Le mucche sono: $840 + 1 = 841$

10. Un fiorista si accorge che una pianta acquatica, coltivata in una vasca, raddoppia la sua superficie in una settimana. Dopo 4 settimane la vasca è interamente ricoperta. Dopo quante settimane la vasca è piena per un quarto ? Se inizialmente la pianta occupava una superficie di 2 m^2 , qual è la superficie della vasca ?

Soluzione

Dopo 2 settimane la vasca è piena per un quarto

TEMPO	RIEMPIMENTO
Dopo 4 settimane	Vasca piena
Dopo 3 settimane	Mezza vasca
Dopo 2 settimane	Un quarto di vasca
Dopo 1 settimana	Un ottavo di vasca
All'inizio	Un sedicesimo di vasca

la superficie della vasca $S = 16 \cdot 2 \text{ m}^2 = 32 \text{ m}^2 .$

2m ²							