

Soluzione

1. Enuncia le proprietà dei connettivi logici \wedge e \vee .

PROPRIETÀ	\vee	\wedge
Commutativa	$p \vee q = q \vee p$	$p \wedge q = q \wedge p$
Associativa	$(p \vee q) \vee r = p \vee (q \vee r)$	$(p \wedge q) \wedge r = p \wedge (q \wedge r)$
Distributiva	$p \vee (q \wedge r) = (p \vee q) \wedge (p \vee r)$	$p \wedge (q \vee r) = (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Idempotenza	$p \vee p = p$	$p \wedge p = p$
Assorbimento	$p \vee (p \wedge q) = p$	$p \wedge (p \vee q) = p$
De Morgan	$\overline{p \vee q} = \bar{p} \wedge \bar{q}$	$\overline{p \wedge q} = \bar{p} \vee \bar{q}$

2. Enuncia:

il Principio del terzo escluso	$b \vee \bar{b} = \mathbf{V}$ Una proposizione o è vera o è falsa, non esiste una terza possibilità.
il Principio di non contraddizione	$b \wedge \bar{b} = \mathbf{F}$ Una proposizione non può essere contemporaneamente vera e falsa.

3. Stabilisci quale delle seguenti è la negazione della proposizione: "Mangio e bevo".

Ricordando la 1ª legge di De Morgan: $\overline{a \wedge b} = \bar{a} \vee \bar{b}$

si ha che la negazione della proposizione "Mangio e bevo" è "Non mangio o non bevo".

4. Stabilisci il grado di verità delle seguenti proposizioni logiche:

p : "Il triangolo ha tre lati e il rettangolo ha tre angoli" F

p : "Il gatto ha quattro zampe o Trebisacce è in Liguria" V

p : "Se Cosenza è in Egitto, allora Roma è la capitale della Francia" V

5. Data l'implicazione materiale $p \rightarrow q$: "Se 36 è un numero pari, allora 36 è divisibile per 2" determina: la sua implicazione contraria, la sua implicazione inversa, la sua implicazione contronominale.

Contraria $\bar{p} \rightarrow \bar{q}$: "Se 36 non è un numero pari, allora 36 non è divisibile per 2"

Inversa $q \rightarrow p$: "Se 36 è divisibile per 2, allora 36 è un numero pari"

Contronominale $\bar{q} \rightarrow \bar{p}$: "Se 36 non è divisibile per 2, allora 36 non è un numero pari"

6. Stabilisci se è valido il seguente ragionamento:

Se l'acqua non è fredda, faccio il bagno

L'acqua è fredda

Non faccio il bagno

$p \rightarrow q$

\bar{p}

\bar{q}

Avendo posto p : "l'acqua non è fredda" e

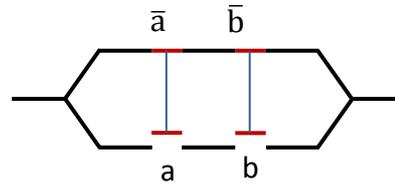
q : "faccio il bagno"

p	q	\bar{p}	\bar{q}	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge \bar{p}$
V	V	F	F	V	F
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V

Il ragionamento **non è valido**. Infatti nei due casi in cui entrambe le premesse $p \rightarrow q$ e \bar{p} sono vere la conclusione \bar{q} può essere vera o falsa.

7. Verifica la seguente equivalenza logica : $a \leftrightarrow b = (\bar{a} \wedge \bar{b}) \vee (a \wedge b)$ e costruisci il circuito elettrico equivalente.

a	b	\bar{a}	\bar{b}	$\bar{a} \wedge \bar{b}$	$a \wedge b$	$(\bar{a} \wedge \bar{b}) \vee (a \wedge b)$	$a \leftrightarrow b$
V	V	F	F	F	V	V	V
V	F	F	V	F	F	F	F
F	V	V	F	F	F	F	F
F	F	V	V	V	F	V	V



8. Verifica, sia utilizzando la tavola di verità sia le proprietà dei connettivi, che la proposizione: $[(a \rightarrow b) \rightarrow b] \vee \bar{a}$ è una tautologia.

Utilizzando la tavola di verità si ha:

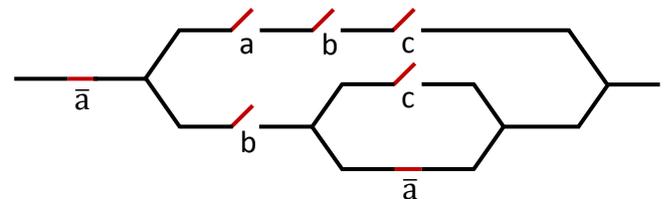
a	b	\bar{a}	$a \rightarrow b$	$(a \rightarrow b) \rightarrow b$	$[(a \rightarrow b) \rightarrow b] \vee \bar{a}$
V	V	F	V	V	V
V	F	F	F	V	V
F	V	V	V	V	V
F	F	V	V	F	V

Utilizzando le proprietà dei connettivi si ha:

$$[(a \rightarrow b) \rightarrow b] \vee \bar{a} = [(\bar{a} \vee b) \rightarrow b] \vee \bar{a} = [(\bar{a} \vee \bar{b}) \vee b] \vee \bar{a} = [(a \wedge \bar{b}) \vee b] \vee \bar{a} = [(a \vee b) \wedge (\bar{b} \vee b)] \vee \bar{a} =$$

Ma per il principio del terzo escluso: $\bar{b} \vee b = \mathbf{V}$. Pertanto si ha:

$$= [(a \vee b) \wedge \mathbf{V}] \vee \bar{a} = (a \vee b) \vee \bar{a} = (b \vee a) \vee \bar{a} = b \vee (a \vee \bar{a}) = b \vee \mathbf{V} = \mathbf{V} .$$



9. Determina la proposizione corrispondente al seguente circuito:

$$\bar{a} \wedge \{(a \wedge b \wedge c) \vee [b \wedge (c \vee \bar{a})]\}$$

10. Simona, Franco, Elisa, Davide e Luigi sono i sospettati di un omicidio. Determina chi ha commesso l'omicidio sapendo che: il colpevole mente sempre e gli altri dicono sempre la verità.

Simona afferma: "Il colpevole è un maschio!"

Elisa dice: "É stata Simona oppure è stato Luigi"

Luigi dice: "Se Franco è colpevole allora Simona è innocente".

Luigi è **innocente** perché fa un'affermazione vera. Egli dice che se il colpevole è una persona allora un'altra persona è innocente. Pertanto Simona o Elisa mente.

Elisa è **innocente**. Infatti se Elisa fosse la colpevole (Elisa mentirebbe), allora Simona direbbe la verità, cioè che il colpevole è un maschio; ma ciò è in contraddizione con il fatto che la colpevole è stata supposta Elisa.

Ma se Elisa è innocente, dice la verità, cioè che il colpevole è Simona oppure Luigi. Ma essendo Luigi innocente si conclude che Simona è la **colpevole**.