

MATEMATICA : I Numeri Naturali

prof. D. Corrado

Alunno: _____ Classe: 1 B

14.10.2010
prof. Mimmo Corrado

1. Quale di queste due potenze è la maggiore: 30^{15} e 15^{30} ? Motiva la risposta.
2. Sapendo che il M.C.D. (a; b) = 12, il m.c.m. (a; b) = 4320 e il numero a = 60. Quanto vale il numero b?
3. Calcola il valore delle seguenti espressioni:
$$\{[(18 - 12:3 + 72:12): (14 - 30:6 - 20:5) + 12:6] \cdot 3\} \cdot [(19 - 42:6 + 270:45): (16 - 25:5 - 55:11) + 5:1]$$
$$[(5^2 - 4^2): (7 - 4) - 2]^4 \cdot (2^2 \cdot 3) + [(6^2 - 5^2): 11 + 2]^3: 3^2$$
$$(8^5)^2: (4^3)^4: 4: \{[(2^4)^3 \cdot 2]^2: [(4^2)^2]^3\}$$
4. Calcola il M.C.D. (425; 640; 380) e il m.c.m. (360; 735; 780)
5. In una scacchiera, dotata di 64 caselle, metti 0,01 € sulla prima casella, 0,02 € sulla seconda casella, 0,04 € sulla terza casella, 0,08 € sulla quarta casella e così via raddoppiando ad ogni casella. Quanti euro ci sono sulla 64-esima casella?
6. Un'azienda deve imballare delle scatole di scarpe in contenitori a forma di cubo. Sapendo che le dimensioni delle scatole di scarpe sono (20 x 15 x 12) cm, che dimensione minima deve avere lo spigolo del contenitore per riempirlo in modo completo senza nessuna intercapedine?
7. Una cellula si divide in due cellule figlie ogni due ore. Quante cellule si avranno dopo 10 ore?
8. In un campanile vi sono 3 campane. La prima campana batte un tocco ogni 5 minuti, la seconda ogni 15 minuti, la terza ogni 20 minuti. Se in questo istante battono contemporaneamente un tocco, fra quanto tempo ne batteranno insieme un altro?
9. Scrivi i primi 20 numeri di un sistema di numerazione che utilizza le cifre {0, 1, 2, 3}. Calcola $(32)_4 = (\dots)_{10}$
10. Esegui i seguenti calcoli nel sistema di numerazione binario:

$$11101 + 1011 + 1111$$

$$101000 - 10111$$

$$1010010:110$$

Valutazione

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Punti	6	4	10+8+9	4+4	10	9	9	10	8	9
Voto	Punteggio grezzo / 10									

Soluzione

1. Quale di queste due potenze è la maggiore: 30^{15} e 15^{30} ? Motiva la risposta.

Soluzione

$$30^{15} = (2 \cdot 15)^{15} = 2^{15} \cdot 15^{15} < 15^{15} \cdot 15^{15} = 15^{30}$$

$$\text{Pertanto } 30^{15} < 15^{30}.$$

2. Sapendo che il M. C. D. (a; b) = 12, il m. c. m. (a; b) = 4320 e il numero a = 60. Quanto vale il numero b?

Soluzione

$$b = \frac{M.C.D. \cdot m.c.m.}{a} = \frac{12 \cdot 4320}{60} = 864$$

3. Calcola il valore delle seguenti espressioni:

$$\begin{aligned} & \{[(18 - 12:3 + 72:12):(14 - 30:6 - 20:5) + 12:6] \cdot 3\} \cdot [(19 - 42:6 + 270:45):(16 - 25:5 - 55:11) + 5:1] = \\ & = \{[(18 - 4 + 6):(14 - 5 - 4) + 12:6] \cdot 3\} \cdot [(19 - 7 + 6):(16 - 5 - 5) + 5:1] = \\ & = \{[20:5 + 12:6] \cdot 3\} \cdot [18:6 + 5:1] = \\ & = \{[4 + 2] \cdot 3\} \cdot [3 + 5] = \\ & = \{6 \cdot 3\} \cdot 8 = \\ & = 18 \cdot 8 = \\ & = 144. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & [(5^2 - 4^2):(7 - 4) - 2]^4 \cdot (2^2 \cdot 3) + [(6^2 - 5^2):11 + 2]^3:3^2 = \\ & = [(25 - 16):3 - 2]^4 \cdot (4 \cdot 3) + [(36 - 25):11 + 2]^3:3^2 = \\ & = [9:3 - 2]^4 \cdot 12 + [11:11 + 2]^3:3^2 = \\ & = [3 - 2]^4 \cdot 12 + [1 + 2]^3:3^2 = \\ & = 1^4 \cdot 12 + 3^3:3^2 = \\ & = 1 \cdot 12 + 3 = \\ & = 12 + 3 = \\ & = 15. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (8^5)^2: (4^3)^4: 4: \{[(2^4)^3 \cdot 2]^2: [(4^2)^2]^3\} = \\ & = 8^{10}: 4^{12}: 4: \{[2^{12} \cdot 2]^2: [4^4]^3\} = \\ & = 8^{10}: 4^{12}: 4: \{[2^{13}]^2: [4^4]^3\} = \\ & = 8^{10}: 4^{12}: 4: \{2^{26}: 4^{12}\} = \\ & = (2^3)^{10}: (2^2)^{12}: 2^2: \{2^{26}: (2^2)^{12}\} = \\ & = 2^{30}: 2^{24}: 2^2: \{2^{26}: 2^{24}\} = \\ & = 2^{30}: 2^{24}: 2^2: 2^2 = \\ & = 2^2 = \\ & = 4. \end{aligned}$$

4. Calcola il M.C.D. (425; 640; 380)

$$425 = 5^2 \cdot 17$$

$$640 = 2^7 \cdot 5$$

$$380 = 2^2 \cdot 5 \cdot 19$$

$$\text{Il M.C.D. (425; 640; 380) = 5}$$

Calcola il m.c.m. (360; 735; 780)

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$735 = 3 \cdot 5 \cdot 7^2$$

$$780 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 13$$

$$\text{Il m.c.m. (360; 735; 780) = } 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7^2 \cdot 13 = 229\,320$$

5. In una scacchiera, dotata di 64 caselle, metti 0,01 € sulla prima casella, 0,02 € sulla seconda casella, 0,04 € sulla terza casella, 0,08 € sulla quarta casella e così via raddoppiando ad ogni casella. Quanti euro ci sono sulla 64-esima casella ?

Soluzione

Casella	1	2	3	4	5				40
Centesimi di Euro	$1 = 2^0$	$2 = 2^1$	$4 = 2^2$	$8 = 2^3$	$16 = 2^4$				$2^{39} = 549755813888 =$ $= 5\,497\,558\,138 \text{ €}$

Più di 5 miliardi di euro.

6. Un'azienda deve imballare delle scatole di scarpe in contenitori a forma di cubo. Sapendo che le dimensioni delle scatole di scarpe sono (20 x 15 x 12) cm, che dimensione minima deve avere lo spigolo del contenitore per riempirlo in modo completo senza nessuna intercapedine ?

Soluzione

Occorre calcolare il m.c.m. (20; 15; 12)

$$20 = 2^2 \cdot 5$$

$$15 = 3 \cdot 5$$

$$12 = 2^2 \cdot 3$$

$$\text{Il m.c.m. (20; 15; 12) = } 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

Lo spigolo del contenitore deve essere pari a 60 cm.

7. Una cellula si divide in due cellule figlie ogni due ore. Quante cellule si avranno dopo 10 ore?

Soluzione

Tempo	0	2	4	6	8	10
Numero cellule	$1 = 2^0$	$2 = 2^1$	$4 = 2^2$	$8 = 2^3$	$16 = 2^4$	$32 = 2^5$

Dopo 10 ore si avranno 32 cellule.

