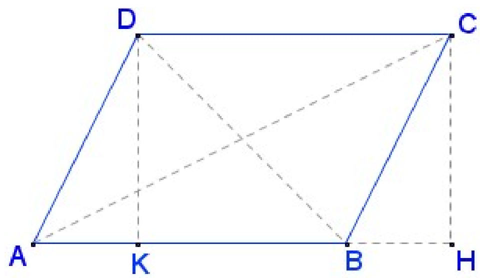
PROBLEMI SUL TEOREMA DI PITAGORA

risolvibili per via aritmetica

Problema Petrini.664.13

In un parallelogramma ABCD i lati AB e CD sono lunghi 6 cm, la diagonale maggiore AC è lunga 10 cm e l'area del parallelogramma è 36 cm^2. Determina il perimetro del parallelogramma e la lunghezza della diagonale minore.

$$D\ A\ T\ I \quad \begin{cases} \overline{AB} = \overline{CD} = 6\ cm \\ \overline{AC} = 10\ cm \\ S_{ABCD} = 36\ cm^2 \end{cases}$$



$$p_{ABCD} = ?$$

$$\overline{BD} = ?$$

<u>Soluzione</u>

Determiniamo la misura dell'altezza CH.

$$\overline{CH} = \frac{S_{ABCD}}{\overline{AB}} = \frac{36}{6}\,cm = 6\ cm\,.$$

Applicando il T. di Pitagora al triangolo rettangolo ACH determiniamo la misura di AH:

$$\overline{AH} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{CH}^2}\ cm = \sqrt{10^2 - 6^2}\ cm = \sqrt{100-36}\ cm = \sqrt{64}\ cm = 8\ cm\,.$$

Pertanto :

$$\overline{BH} = \overline{AH} - \overline{AB} = (8-6)\ cm = 2\ cm \qquad \overline{AK} = \overline{BH} = 2\ cm \qquad \overline{KB} = \overline{AB} - \overline{AK} = (6-2)\ cm = 4\ cm\,.$$

Applicando il T. di Pitagora al triangolo rettangolo BCH determiniamo la misura di BC:

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{BH}^2 + \overline{C}^{\ \ 2}}\ cm = \sqrt{2^2 - 6^2}\ cm = \sqrt{40}\ cm \quad \sqrt{4}\cdot\sqrt{10}\ cm = 2\sqrt{10}\ cm\,.$$

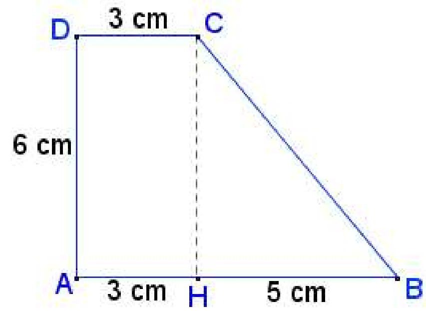
Determiniamo la misura del perimetro :

$$p_{ABCD} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{AD} = \left(6 + 2\sqrt{10} + 6 + 2\sqrt{10}\right) cm = \left(12 + 4\sqrt{10}\right) cm\,.$$

Applicando il T. di Pitagora al triangolo rettangolo DBK determiniamo la misura della diagonale BD :

$$\overline{BD} = \sqrt{\overline{DK}^2 + \overline{KB}^2} = \sqrt{6^2 + 4^2}\ cm = \sqrt{52}\ cm \quad \sqrt{4}\cdot\sqrt{13}\ cm \quad 2\sqrt{13}\ cm\,.$$

In un trapezio rettangolo ABCD



$$\begin{matrix} D \\ A \\ T \\ I \end{matrix} \begin{cases} ABCD \text{ è } un\ trapezio\ rettangolo \\ \overline{AB} = 8\ cm \\ \overline{CD} = 3\ cm \\ \overline{CH} = 6\ cm \end{cases}$$

$p_{ABCD} = ?$

$S_{ABCD} = ?$

Soluzione

$\overline{HB} = \overline{AB} - \overline{A\quad} = (8-3)\ cm = 5\ cm$.

Applicando il T. di Pitagora al triangolo rettangolo BCH determiniamo la misura dell'ipotenusa BC .

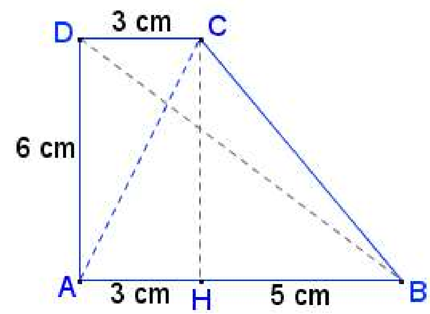
$\overline{BC} = \sqrt{\overline{CH}^2 + \overline{HB}^2} = \sqrt{6^2 + 5^2}\ cm = \sqrt{61}\ cm$.

Determiniamo la misura del perimetro :

$p_{ABCD} = \overline{A\quad} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{AD} = \left(8 + \sqrt{61} + 3 + 6\right) cm = \left(12 + \sqrt{61}\right) cm$.

Determiniamo l'area del trapezio :

$S_{ABCD} = \dfrac{\overline{AB} + \overline{CD}}{2} \cdot \overline{CH} = \dfrac{8+3}{2} \cdot 6\ cm^2 = 33 \cdot 6\ cm^2$.

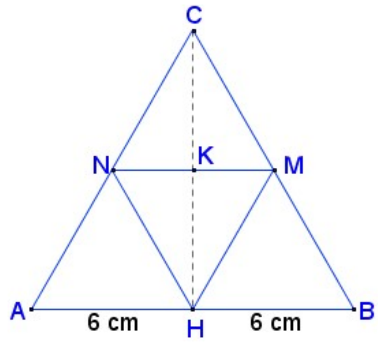


Applicando il T. di Pitagora al triangolo rettangolo ABD determiniamo la misura della diagonale BD .

$\overline{BD} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{AD}^2} = \sqrt{8^2 + 6^2}\ cm = 10\ cm$.

In un triangolo isoscele ABC

$$D\ A\ T\ I \begin{cases} ABCD \text{ è } un\ triangolo\ isoscele \\ \overline{AC} = \overline{BC} = 10\ cm \\ \overline{AB} = 12\ cm \\ \overline{AH} = \overline{HB} \\ \overline{CM} = \overline{MB} \\ \overline{CN} = \overline{AN} \end{cases}$$



$S_{MHN} = ?$

<u>*Soluzione*</u>

$\overline{AH} = \overline{HB} = 6\ cm$. $\overline{CM} = \overline{MB} = 5\ cm$. $\overline{CN} = \overline{AN} = 5\ cm$.

Applicando il T. di Pitagora al triangolo rettangolo BCH determiniamo la misura del cateto CH .

$\overline{CH} = \sqrt{\overline{BC}^2 - \overline{HB}^2} = \sqrt{10^2 - 6^2}\ cm = 8\ cm$.

Essendo M il punto medio di BC e N il punto medio di AC, si ha che K è il punto medio di CH.

$\overline{CK} = \frac{1}{2}\overline{CH} = 4\ cm$.

Applicando il T. di Pitagora al triangolo rettangolo KMC determiniamo la misura del cateto KM .

$\overline{KM} = \sqrt{\overline{CM}^2 - \overline{CKB}^2} = \sqrt{5^2 - 4^2}\ cm = 3\ cm$.

Pertanto :
$\overline{NM} = 2\ \overline{KM} = 2 \cdot 3\ cm = 6\ cm$.

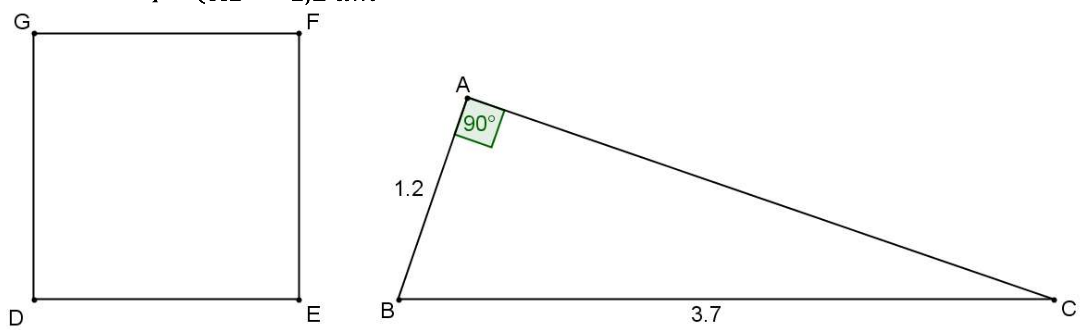
Determiniamo l'area del triangolo ABC :

$$S_{MHN} = \frac{\overline{NM} \cdot \overline{CK}}{2} = \frac{6 + 4}{2}\ cm^2 = 12\ cm^2 .$$

Problema Ghisetti.2.367.1

Determinare il perimetro di un quadrato equivalente a un triangolo rettangolo la cui ipotenusa è di $37\ cm$ e un cateto di $1{,}2\ dm$.

$$\begin{matrix} D \\ A \\ T \\ I \end{matrix}\ \begin{cases} ABC \doteq DEFG \\ \hat{A} = 90° \\ \overline{BC} = 37\ cm \\ \overline{AB} = 1{,}2\ dm \end{cases} \qquad\qquad 2p_{DEFG} = ?$$



Soluzione

Trasformiamo innanzitutto la misura di $\overline{AB} = 1{,}2\ dm = 12\ cm$.

Applicando il T. di Pitagora al triangolo ABC si ha:

$\overline{AC} = \sqrt{\overline{BC}^2 - \overline{A\ }^2} = \sqrt{37^2 - 12^2}\ cm \quad \sqrt{1369 - 144}\ cm = \sqrt{1225}\ cm = 35\ cm$

$S_{ABC} = \dfrac{1}{2}\overline{AB} \cdot \overline{AC} = \dfrac{1}{2} \cdot 12 \cdot 35\ cm^2 = 210\ cm^2$.

Essendo $ABC \doteq DEFG \quad \Rightarrow \quad S_{DEFG} = 210\ cm^2$.

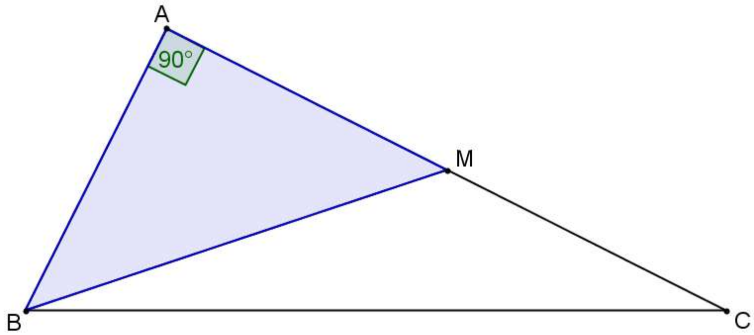
Da cui si ricava il lato del quadrato: $\overline{DE} = \sqrt{S_{DEFG}} = \sqrt{210}\ cm$ $\qquad (\simeq 14{,}50\ cm)$

Pertanto il perimetro del quadrato è: $2p_{DEFG} = 4 \cdot \overline{DE} = 4 \cdot \sqrt{210}\ cm$ $\qquad (\simeq 57{,}97\ cm)$

Problema Ghisetti.2.367.7

L’area di un triangolo rettangolo è di $180\ dm^2$ e un cateto di $40\ dm$. Determinare il perimetro. Determinare poi l’area di ciascuno dei due triangoli ottenuti conducendo la mediana relativa al cateto maggiore.

$$\begin{matrix} D \\ A \\ T \\ I \end{matrix} \begin{cases} S_{ABC} = 180\ dm^2 \\ \hat{A} = 90° \\ \overline{AC} = 40\ dm \\ \overline{AM} \cong \overline{MC} \end{cases} \qquad \begin{aligned} 2p_{ABC} &= ? \\ S_{ACM} &= ? \\ S_{ABM} &= ? \end{aligned}$$



Soluzione

Calcoliamo la misura dell’altro cateto:

$$\overline{AB} = \frac{2 \cdot S_{ABC}}{\overline{AC}} = \frac{2 \cdot 180}{40}\ dm = 9\ dm$$

Applicando il T. di Pitagora calcoliamo la misura dell’ipotenusa:

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2} = \sqrt{9^2 + 40^2}\ dm = \sqrt{81 + 1600}\ dm \quad \sqrt{1681}\ dm = 41\ dm\ .$$

Pertanto il perimetro del triangolo è: $2p_{ABC} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{A\quad} = (9 + 41 + 40)\ dm = 90\ dm\ .$

$$S_{ABM} = \frac{1}{2}\overline{AB} \cdot \overline{AM} = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 20\ dm^2 = 90\ dm^2\ .$$

$$S_{BCM} = S_{ABC} - S_{ABM} = (180 - 90)\ dm^2 = 90\ dm^2\ .$$