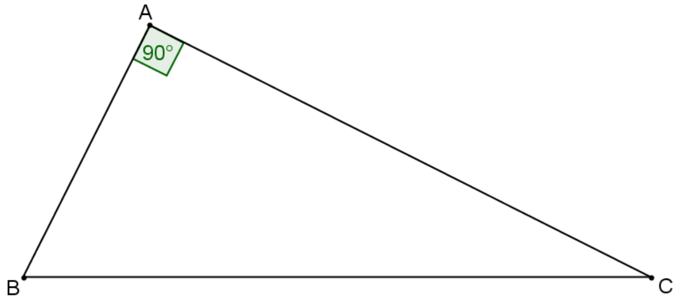
PROBLEMI SUL TEOREMA DI PITAGORA

risolvibili per via algebrica

Problema G.2.369.1

La somma dei cateti di un triangolo rettangolo è $84\ cm$ e un cateto è i $\frac{4}{3}$ dell'altro. Determina il perimetro e l'area.

$$D\ A\ T\ I \begin{cases} \overline{AB} + \overline{AC} = 84\ cm \\ \overline{AC} = \frac{4}{3}\overline{AB} \end{cases} \qquad \begin{matrix} 2p_{ABC} = ? \\ S_{ABC} = ? \end{matrix}$$



Soluzione

Ponendo la misura del cateto $\overline{AB} = x$, con dominio di variabilità: $0 < x < 84$,

si ha: $\overline{AC} = \frac{4}{3}x$.

Sapendo che: $\overline{AB} + \overline{AC} = 84\ cm \quad \Rightarrow \quad x + \frac{4}{3}x = 84 ; \quad 3x + 4x = 252 ; \quad 7x = 252 ;$

$x = \dfrac{252}{7} = 36 \quad$ soluzione accettabile, perchè appartiene al dominio di variabilità .

Pertanto: $\overline{AB} = 36\ cm$ e $\overline{AC} = \frac{4}{3} \cdot 36\ cm = 48\ cm$.

Applicando il T. di Pitagora calcoliamo la misura dell'ipotenusa:

$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2} = \sqrt{36^2 + 48^2}\ dm = \sqrt{1296 + 2304}\ dm = \sqrt{3600}\ dm = 60\ cm$.

Pertanto il perimetro del triangolo è: $2p_{ABC} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = (36 + 60 + 48)\ cm = 144\ cm$.

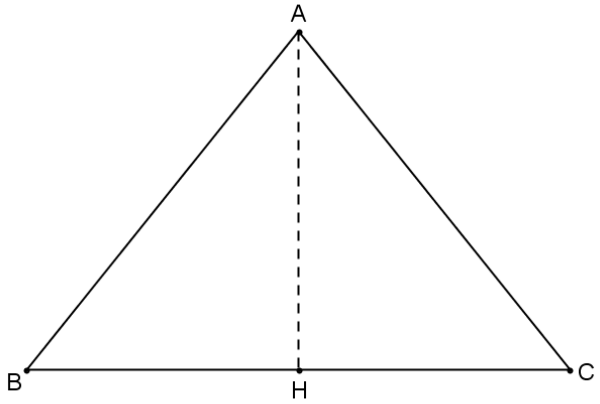
Mentre l'area del triangolo è: $S_{ABC} = \frac{1}{2}\overline{AB} \cdot \overline{AC} = \frac{1}{2} \cdot 36 \cdot 48\ cm^2 = 864\ cm^2$.

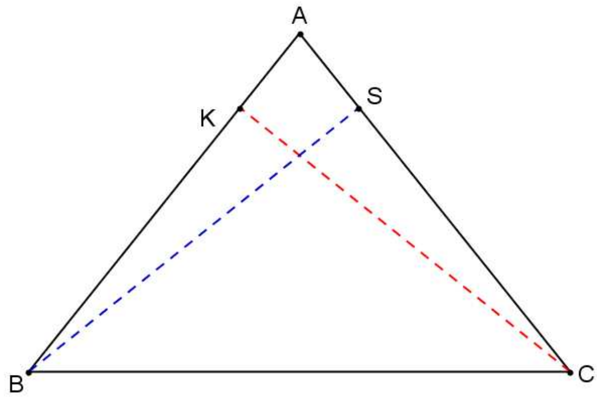
Problema G.2.369.8

Un triangolo isoscele ha l'area di 108 cm^2 e l'altezza è i $\frac{2}{3}$ della base. Determinare il perimetro del triangolo e le altezze relative ai lati congruenti.

DATI
$$\begin{cases} S_{ABC} = 108\ cm^2 \\ \overline{AH} = \frac{2}{3}\overline{BC} \end{cases}$$

$2p_{ABC} = ?$
$\overline{CK} = ?$
$\overline{BS} = ?$





Soluzione

Ponendo la misura della base $\overline{BC} = x$, con dominio di variabilità: $x > 0$,

si ha: $\overline{AH} = \frac{2}{3}x$.

Ricordando che: $S_{ABC} = \frac{1}{2}\overline{BC} \cdot \overline{AH}$ sostituendo si ha:

$108 = \frac{1}{2}x \cdot \frac{2}{3}x$; $108 = \frac{1}{3}x^2$; $x^2 = 324$; $x = \sqrt{324} = 18$.

Pertanto si ha: $\overline{\mathrm{BC}} = 18\ \mathrm{cm}$ e $\overline{\mathrm{AH}} = \frac{2}{3} \cdot 18\ cm = 12\ cm$.

Essendo il triangolo isoscele si ha: $\overline{HC} = \frac{\overline{BC}}{2} = 9\ cm$.

Applicando il T. di Pitagora al triangolo rettangolo ACH si ricava la misura del lato AC.

$\overline{AC} = \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{HC}^2} = \sqrt{12^2 + 9^2}\ cm = \sqrt{144 + 81}\ cm = \sqrt{225}\ cm = 15\ cm$.

Essendo il triangolo ABC isoscele si ha: $\overline{AB} = \overline{AC} = 15\ cm$.

Pertanto il perimetro del triangolo è: $2p_{ABC} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = (15 + 18 + 15)\ cm = 48\ cm$.

Per trovare l'altezza relativa al lato obliquo AB occorre applicare la formula inversa dell'area.

$$\overline{CK} = \frac{2 \cdot S_{ABC}}{\overline{AB}} = \frac{2 \cdot 108}{15}\ cm = 14{,}4\ cm .$$

L'altezza relativa al lato obliquo AC è:

$$\overline{BS} = \frac{2 \cdot S_{ABC}}{\overline{AC}} = \frac{2 \cdot 108}{15}\ cm = 14{,}4\ cm .$$