

PIANO NAZIONALE INFORMATICA

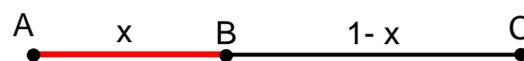
Quesito 2

Ricordando che il lato del decagono regolare inscritto in un cerchio è sezione aurea del raggio, si provi che

$$\operatorname{sen} \frac{\pi}{10} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$$

Soluzione

La sezione aurea di un segmento di lunghezza r è la parte x di r tale che: $r : x = x : (r - x)$.



Da cui si ha: $x^2 = r \cdot (r - x)$; $x^2 = r^2 - rx$; $x^2 + rx - r^2 = 0$;

$$x_{1,2} = \frac{-r \pm \sqrt{r^2 + 4r^2}}{2} = \frac{-r \pm \sqrt{5}r}{2} = x_1 = \frac{-r - \sqrt{5}r}{2} = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}r < 0 \text{ non accettabile}$$

$$x_2 = \frac{-r + \sqrt{5}r}{2} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}r$$

Pertanto il lato AB del decagono regolare inscritto in

un cerchio di raggio r vale: $AB = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$

L'angolo $\widehat{AOB} = \frac{\pi}{5}$

L'angolo $\widehat{AOH} = \frac{\pi}{10}$

Dal triangolo rettangolo AOH si ha:

$$\operatorname{sen} \widehat{AOH} = \frac{AH}{OA}; \quad \operatorname{sen} \frac{\pi}{10} = \frac{\frac{\sqrt{5}-1}{4}r}{r};$$

$$\operatorname{sen} \frac{\pi}{10} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}.$$

c. v. d.

