ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

Sessione Ordinaria 2008

CORSO DI ORDINAMENTO

Quesito 2

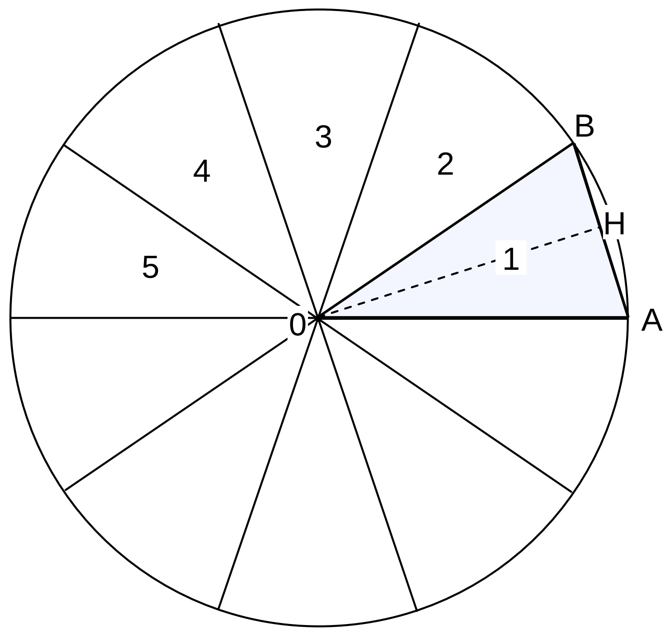
Ricordando che il lato del decagono regolare inscritto in un cerchio è sezione aurea del raggio, si provi che $sen\frac{\pi}{10}=\frac{\sqrt{5}-1}{4}$

Soluzione

La sezione aurea di un segmento di lunghezza r è la parte x di r tale che: $r : x = x : (r-x)$.

Da cui si ha: $x^2 = r\cdot(r-x)$; $x^2 = r^2 - rx$; $x^2 + r\,x - r^2 = 0$;

$$x_{1,2}=\frac{-r\pm\sqrt{r^2+4r^2}}{2}=\frac{-r\pm\sqrt{5}r}{2}= \begin{cases} x_1=\frac{-r-\sqrt{5}r}{2}=\frac{-\sqrt{5}-1}{2}r<0 \quad non\ \ accettabile \\ x_2=\frac{-r+\sqrt{5}r}{2}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}r \end{cases}$$



Pertanto il lato AB del decagono regolare inscritto in un cerchio di raggio r vale: $AB=\frac{\sqrt{5}-1}{4}$

L'angolo $A\hat{O}B=\frac{\pi}{5}$

L'angolo $A\hat{O}H=\frac{\pi}{10}$

Dal triangolo rettangolo AOH si ha:

$$sen\,A\hat{O}H=\frac{AH}{OA};\quad sen\frac{\pi}{10}=\frac{\frac{\sqrt{5}-1}{4}r}{r};$$

$$sen\frac{\pi}{10}=\frac{\sqrt{5}-1}{4}.$$

c. v. d.