CORSO DI ORDINAMENTO
Sessione Straordinaria 2007 (mercoledì 12 settembre 2007)

PROBLEMA 1

Data una semicirconferenza di diametro AB=2r, si prenda sul prolungamento di AB, dalla parte di B, un punto C tale che sia BC=AB.
Essendo P un punto della semicirconferenza:

1. Si esprima per mezzo di r e dell'ampiezza dell'angolo $x = A\hat{B}P$ il rapporto $y = \dfrac{CP^2}{AP.PB}$
2. Si studi nell'intervallo $[0,\ 2\pi]$ la funzione y=f(x) espressa per mezzo di tgx.
3. Si calcoli in gradi e primi (sessagesimali) il valore di x, nell'intervallo $0<x<\pi/2$, per cui il rapporto y assume valore minimo.
4. Si calcoli l'area della regione finita di piano delimitata dalla curva rappresentativa della funzione y = f(x) , dall'asse delle ascisse e dalle rette di equazione $x=\pi/4$ e $x=\pi/3$

PROBLEMA 2

Si consideri la funzione $f(x) = \log\sqrt{x^2 - 4}$

1. Si studi tale funzione e si tracci il suo grafico C su un piano riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali Oxy.
2. Si scrivano le equazioni delle tangenti a C nei punti in cui essa incontra l'asse x e si calcoli l'area del triangolo formato dalle suddette tangenti e dall'asse x medesimo.
3. Si studi la funzione derivata f '(x) e se ne tracci il grafico C '.
4. Si calcoli l'area della superficie piana, delimitata dalla curva C ', dall'asse x e dalla retta di equazione $x = -\sqrt{3}$

QUESTIONARIO

1. Si determini il campo di esistenza della funzione $y = (x^2 - 3x)^{\frac{1}{|x-4|}}$
2. Si calcoli il limite della funzione $\dfrac{\sqrt{x} + \sqrt{x+3} - 3}{\sqrt{x} - \sqrt{x+3} + 1}$ quando x tende a 1
3. Si calcoli, in base alla definizione di derivata, la derivata della funzione $f(x) = \dfrac{1 - x^2}{1 + x^2}$ nel punto x= -1.
4. In un sistema di assi cartesiani ortogonali Oxy, si consideri l'ellisse γ d'equazione $x^2 + 9y^2 = 9$ e di asse maggiore AB. Fra i trapezi isosceli contenuti nel semipiano $y \geq 0$ inscritti in γ e di cui una base è AB, si determini quello di area massima
5. Si consideri la seguente proposizione: "Dato un triangolo rettangolo, il cerchio che ha per raggio l'ipotenusa è la somma dei cerchi che hanno per raggi i cateti". Si dica se è vera o falsa e si motivi esaurientemente la risposta.
6. Si consideri la funzione:

$$f(x)=\begin{cases} sen^2 x sen\dfrac{1}{x} & \text{per} \quad x \neq 0 \\ 0 \quad \text{per} \quad x=0 \end{cases}$$

Se ne studi la continuità nel punto x=0

7. Si calcoli il volume del solido generato in una rotazione completa attorno all'asse delle x della regione finita di piano delimitata dalla curva d'equazione $y=\sqrt{senx}$ e dall'asse stesso nell'intervallo $0 \leq x \leq \pi$
8. Si determinino i coefficienti dell'equazione $y=\dfrac{ax^2+6}{bx+3}$ perché la curva rappresentativa ammetta un asintoto obliquo d'equazione y=x+3.
9. Si enunci il teorema di *Lagrange* e se ne fornisca un'interpretazione geometrica.
10. Si determinino le costanti a e b in modo che la funzione $F(x)= asen^3 x + bsenx + 2x$ sia una primitiva della funzione $f(x) = cos^3x - 3cosx +2$