

Questionario

Quesito 7

L'integrale di una funzione dispari definito su un intervallo simmetrico rispetto all'origine vale 0.

Infatti per la simmetria della funzione $y = f(x)$ si ha che:

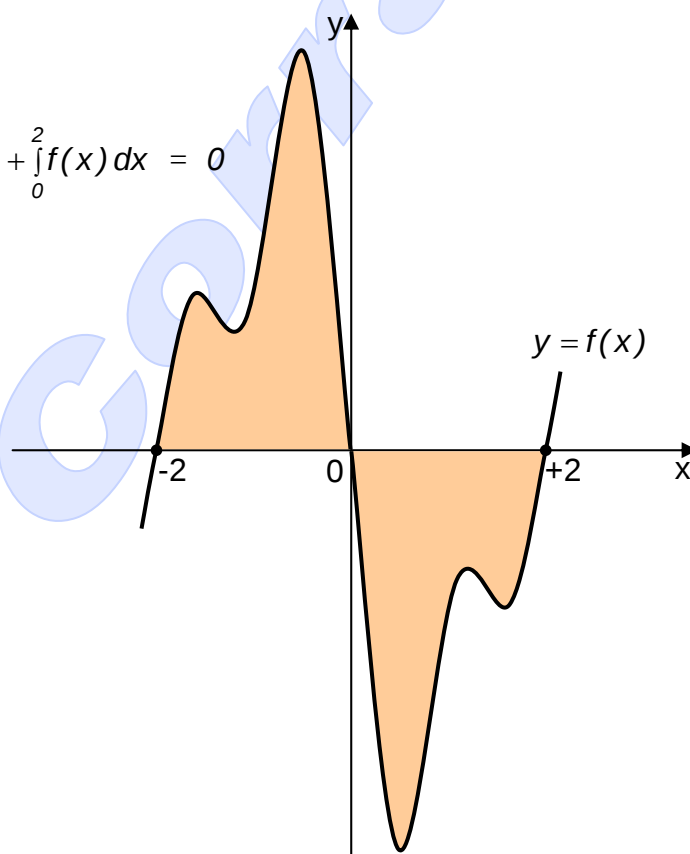
$$\int_{-2}^0 f(x) dx = -\int_0^2 f(x) dx \quad (*)$$

Pertanto:

$$\int_{-2}^2 f(x) dx = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx = -\int_0^2 f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx = 0$$

Inoltre:

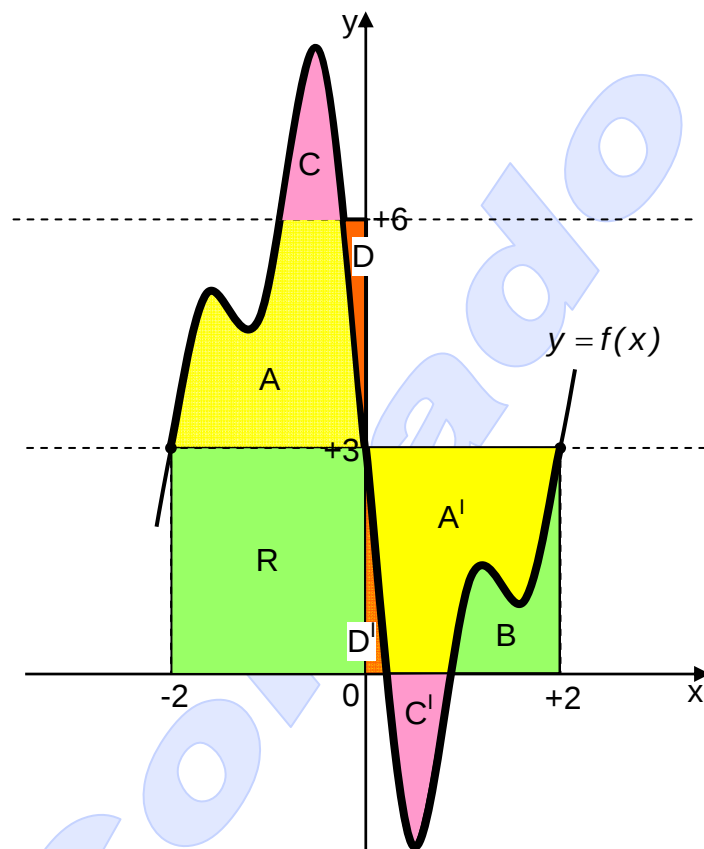
$$\begin{aligned} \int_{-2}^2 [3 + f(x)] dx &= \int_{-2}^2 3 dx + \int_{-2}^2 f(x) dx = \\ &= [3x]_{-2}^2 + 0 = 6 - (-6) = 12 \end{aligned}$$



L'integrale $\int_{-2}^2 [3 + f(x)] dx$

può essere calcolato anche per via grafica:

$$\begin{aligned} \int_{-2}^2 [3 + f(x)] dx &= R + A + C + D' - C' + B = \\ &= R + A + D' + B = R + A' + D' + B = \\ &= 4 \cdot 3 = 12. \end{aligned}$$



$$(*) \quad \int_{-2}^0 f(x) dx = - \int_0^2 f(x) dx$$

Dimostrazione

Essendo la funzione simmetrica rispetto all'origine si ha che: $f(x) = -f(-x)$.

$$\text{Pertanto } \int_{-2}^0 f(x) dx = \int_{-2}^0 -f(-x) dx = - \int_{-2}^0 f(-x) dx.$$

$$x = -2 \rightarrow t = 2$$

$$\text{Ponendo } -x = t \Rightarrow x = 0 \rightarrow t = 0 \quad \text{si ha:}$$

$$-x = t \rightarrow -1 \cdot dx = 1 \cdot dt$$

$$- \int_{-2}^0 f(-x) dx = - \int_2^0 f(t) [-dt] = \int_2^0 f(t) dt = - \int_0^2 f(t) dt$$

$$\text{Utilizzando l'incognita } x \text{ al posto dell'incognita } t \text{ si ottiene: } \int_{-2}^0 f(x) dx = - \int_0^2 f(x) dx.$$