

CORSO DI ORDINAMENTO

Questionario

Quesito 3

L'equazione $x^3 - x^2 - k + 1 = 0$ equivale al seguente sistema:

$$\begin{cases} y = x^3 - x^2 \\ y = k - 1 \end{cases}$$

Il grafico della cubica $y = x^3 - x^2$ si ottiene studiando il segno della derivata prima.

$$f'(x) = 3x^2 - 2x.$$

$$f'(x) = 0 ; 3x^2 - 2x = 0 ; x \cdot (3x - 2) = 0 ; \begin{matrix} x = 0 & x_1 = 0 \\ 3x - 2 = 0 & x_2 = \frac{2}{3} \end{matrix}$$

$$f'(x) > 0 ; 3x^2 - 2x > 0 ; x < 0 ; x > \frac{2}{3}$$

Pertanto la curva ha un massimo relativo in

$$x_1 = 0 \text{ e un minimo relativo in } x_2 = \frac{2}{3}$$

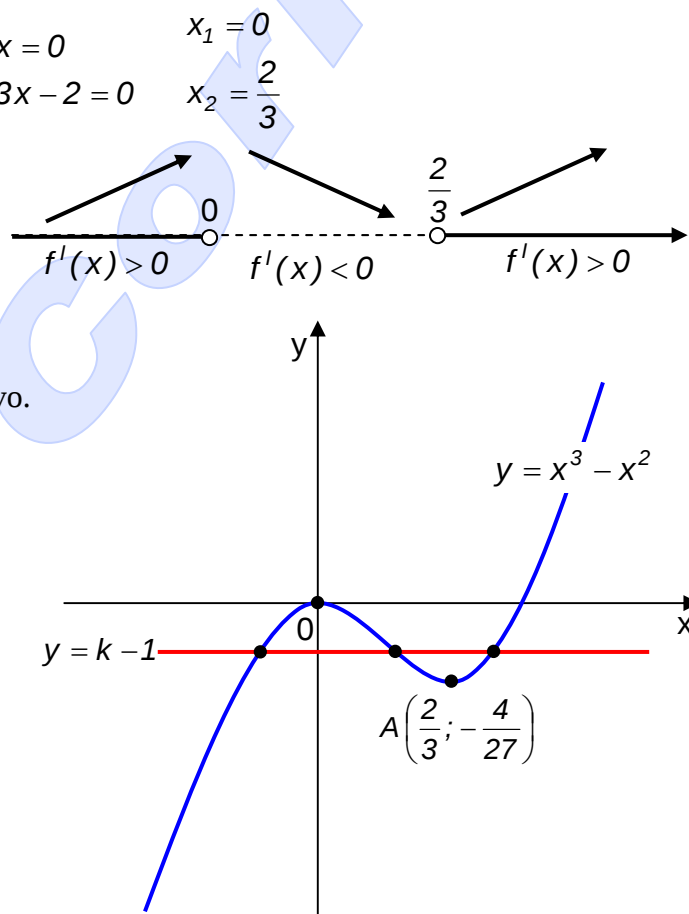
$$f(x_1) = 0 \Rightarrow O(0; 0) \text{ è un punto di max relativo.}$$

$$f(x_2) = \frac{8}{27} - \frac{4}{9} = -\frac{4}{27} \Rightarrow A\left(\frac{2}{3}; -\frac{4}{27}\right)$$

è un punto di minimo relativo.

Il grafico della cubica $y = x^3 - x^2$ è rappresentato a lato (in blue).

L'equazione $y = k - 1$ rappresenta un fascio di rette parallele all'asse x .



Dall'intersezione di queste due curve si ottengono i seguenti risultati:

Valori di k		Numero delle soluzioni
$k - 1 < -\frac{4}{27} ; k - 1 > 0$	$k < -\frac{23}{27} ; k > 1$	1 soluzione
$-\frac{4}{27} < k - 1 < 0$	$-\frac{23}{27} < k < 1$	3 soluzioni reali e distinte
	$k = -\frac{23}{27} ; k = 1$	2 soluzioni reali e coincidenti + 1 soluzione reale e distinta