

**Y557 - ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO**

CORSO SPERIMENTALE

PIANO NAZIONALE INFORMATICA

Tema di: MATEMATICA

*Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 5 dei 10 quesiti del questionario.*

**PROBLEMA 1**

Sia AB un segmento di lunghezza  $2a$  e sia C il suo punto medio. Fissato un conveniente sistema di coordinate:

- Si verifichi che il luogo dei punti P per cui  $\frac{PA}{PB} = k$ ,  $k$  costante positiva assegnata, è una circonferenza (circonferenza di Apollonio) e si trovi il valore di  $k$  per cui la soluzione degenera in una retta
- Si determini il luogo geometrico  $\gamma$  dei punti  $x$  che vedono AC sotto un angolo di  $45^\circ$
- Posto  $X$  appartenente a  $\gamma$  in uno dei due semipiani di origine la retta per A e per B e indicato con  $\alpha$  l'angolo  $\widehat{XAC}$  si illustri l'andamento della funzione  $y = f(x) = \left(\frac{XB}{XA}\right)^2$  e  $x = \operatorname{tg} \alpha$

**PROBLEMA 2**

Nel piano è assegnata la funzione  $y = x^2 + a \log_e(x + b)$  con  $a$  e  $b$  diversi da zero

- Si trovino i valori di  $a$  e  $b$  tali che la curva  $\Gamma$  grafico della funzione passi per l'origine degli assi e presenti un minimo assoluto in  $x = 1$
- Si studi e si disegni  $\Gamma$
- Si determini, applicando uno dei metodi numerici studiati un'approssimazione della intersezione positiva di  $\Gamma$  con l'asse  $x$
- Si determini l'equazione della curva  $\Gamma^l$  simmetrica di  $\Gamma$  rispetto alla retta  $y = y(1)$
- Si disegni per i valori di  $a$  e  $b$  trovati il grafico di  $y = x^2 + a \log_e(x + b)$

---

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito soltanto l'uso di calcolatrici non programmabili.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.

**Y557 - ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO**

CORSO SPERIMENTALE

PIANO NAZIONALE INFORMATICA

Tema di: MATEMATICA

**QUESTIONARIO**

1. Provare che una sfera è equivalente ai  $\frac{2}{3}$  del cilindro circoscritto
2. Determinare il numero delle soluzioni dell'equazione  $xe^x + xe^{-x} - 2 = 0$
3. Dimostrare che se  $p(x)$  è un polinomio allora tra due qualsiasi radici distinte di  $p(x)$  c'è una radice di  $p'(x)$
4. Calcolare la derivata della funzione  $f(x) = \arcsen x + \arccos x$ . Quali conclusioni se ne possono trarre per la  $f(x)$  ?
5. Calcolare l'integrale  $\int \frac{\log x}{x} dx$
6. Con uno dei metodi di quadratura studiati si calcoli un'approssimazione dell'integrale definito  $\int_0^{\pi} \sin x dx$  e si confronti il risultato con il valore esatto dell'integrale.
7. Verificato che l'equazione  $x - e^{-x} = 0$  ammette una sola radice positiva compresa tra 0 e 1 se ne calcoli un'approssimazione applicando uno dei metodi numerici studiati
8. Una classe è composta da 12 ragazzi e 4 ragazze. Tra i 16 allievi se ne scelgono 3 a caso: qual è la probabilità che essi siano tutti maschi?
9. Spiegare il significato di sistema assiomatico con particolare riferimento alla sistemazione logica della geometria.
10. Dire formalizzando la questione e utilizzando il teorema del valor medio o di Lagrange se è vero che *se un automobilista compie un viaggio senza soste in cui la velocità media è 60 km/h, allora almeno una volta durante il viaggio il tachimetro dell'automobile deve indicare esattamente 60 km/h.*

---

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito soltanto l'uso di calcolatrici non programmabili.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.