

## PUNTI CRITICI

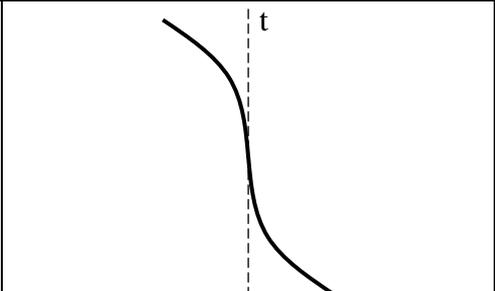
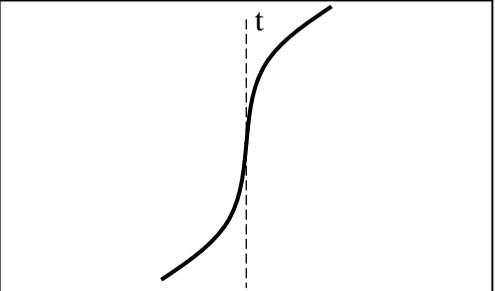
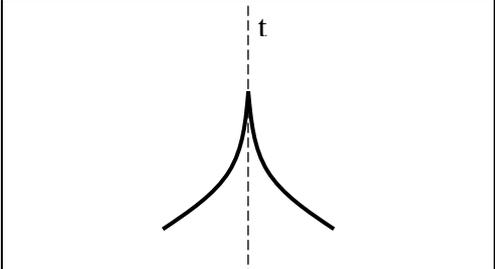
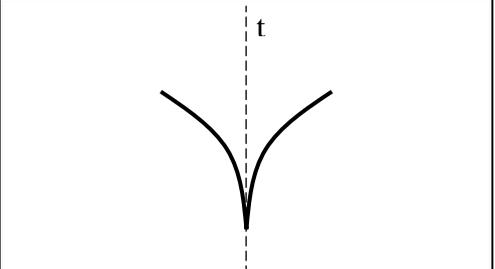
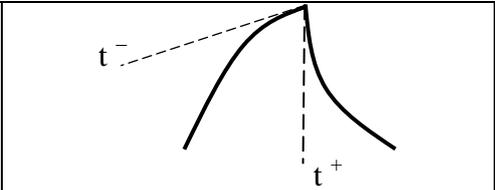
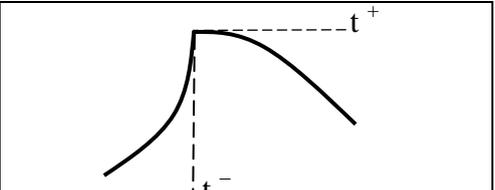
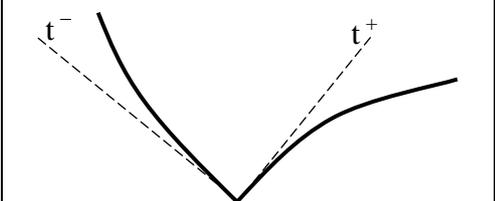
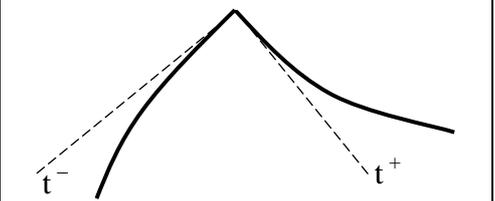
I punti  $x_0 \in \text{Dom } f$  nei quali la funzione è continua e nei quali non esiste la derivata prima oppure risulta  $f'(x_0) = 0$  sono detti punti **critici**.

In particolare:

**I.** Se  $f'(x_0) = 0$  allora  $x_0$  è detto **punto stazionario**.

$x_0$ è un punto di Max relativo	$f'(x) = \begin{cases} > 0 & \text{per } x < x_0 \\ = 0 & \text{per } x = x_0 \\ < 0 & \text{per } x > x_0 \end{cases}$	
$x_0$ è un punto di min relativo	$f'(x) = \begin{cases} < 0 & \text{per } x < x_0 \\ = 0 & \text{per } x = x_0 \\ > 0 & \text{per } x > x_0 \end{cases}$	
$x_0$ è un punto di Flesso a tangente orizzontale ascendente	$f'(x) = \begin{cases} > 0 & \text{per } x < x_0 \\ = 0 & \text{per } x = x_0 \\ > 0 & \text{per } x > x_0 \end{cases}$	
$x_0$ è un punto di Flesso a tangente orizzontale discendente	$f'(x) = \begin{cases} < 0 & \text{per } x < x_0 \\ = 0 & \text{per } x = x_0 \\ < 0 & \text{per } x > x_0 \end{cases}$	

**II. Se non esiste la derivata prima si hanno i seguenti sottocasi:**

Flesso a tangente verticale		
	Discendente $\lim_{x \rightarrow c^+} f'(x) = \lim_{x \rightarrow c^-} f'(x) = -\infty$	Ascendente $\lim_{x \rightarrow c^+} f'(x) = \lim_{x \rightarrow c^-} f'(x) = +\infty$
Cuspide		
	Rivolta verso l'alto $\lim_{x \rightarrow c^-} f'(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow c^+} f'(x) = -\infty$	Rivolta verso il basso $\lim_{x \rightarrow c^-} f'(x) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow c^+} f'(x) = +\infty$
Semicuspide		
	$\lim_{x \rightarrow c^-} f'(x) = p$ $\lim_{x \rightarrow c^+} f'(x) = \infty$	$\lim_{x \rightarrow c^-} f'(x) = \infty$ $\lim_{x \rightarrow c^+} f'(x) = p$
Punto angoloso		
	$\lim_{x \rightarrow c^-} f'(x) = p$ e $\lim_{x \rightarrow c^+} f'(x) = q$ con $p$ e $q$ numeri finiti reali e diversi.	
Funzione oscillante Non esiste il limite del rapporto incrementale	